

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1989/90

Mac/April 1990

EUM 102 - Matematik Kejuruteraan II

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 10 muka surat bercetak dan LIMA (5) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan. Tunjukkan kerja dengan jelas.

Mesinkira boleh digunakan.

Setiap soalan mesti dimulakan di muka surat yang baru.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

...2/-

1. Cari $y = y(x)$ jikalau diberi :-

(a) $y^{(4)}(x) = \sin(2x), \quad y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0.$

(b) $(x^3 - 2)y'(x) - x^2y = 0, \quad y(1) = -2$

(c) $x^2y''(x) - 2xy'(x) + 2y = 0, \quad y(1) = 0, y'(1) = 2$

(d) $y'''(x) - y''(x) + y'(x) - y = \exp(3x), \quad y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$

(e) $(7 + y^2 - 3x^2) dx + \{\exp(y) + 2xy + 1\} dy = 0, \quad y(0) = 1$

(f) $y'(x) = \frac{(x+y)(x+2y) - 2x^2}{x(x+y)}, \quad y(1) = 1$

(g) $y'(x) - y \cos(x) = \cos(x), \quad y(0) = 1$

(h) $xy'(x) + y = x^2y^2 + 2, \quad y(1) = 1.$

(100%)

2. (a) Gunakan kaedah siri kuasa untuk menyelesaikan

$$y''(x) + xy'(x) + y(x) = 0.$$

(20%)

(b) Persamaan Sturm - Liouville boleh ditulis dalam bentuk

$$\frac{d}{dx} \left\{ P(x) \frac{dy}{dx} \right\} + Q(x) y(x) = 0, \quad y = y(x),$$

yang mana $P(x)$ dan $Q(x)$ adalah fungsi-fungsi yang diberi.

Tunjuk bahawa persamaan ini adalah benar jikalau kita pilih

$$y(x) = R(x) \sin(\theta(x)),$$

$$P(x) y'(x) = R(x) \cos(\theta(x)),$$

yang mana $R(x)$ dan $\theta(x)$ adalah didapati daripada

$$\frac{d\theta}{dx} = Q(x) \sin^2 \theta + \frac{1}{P(x)} \cos^2 \theta$$

$$\frac{dR}{dx} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{P(x)} - Q(x) \right] R(x) \sin(2\theta)$$

Jikalau $\theta = \theta(x)$ dapat diketahui, terangkan bagaimana anda boleh dapat cari $R = R(x)$.

(20%)

(c) Guna bahagian (b) di atas untuk menyelesaikan

$$xy''(x) - y'(x) + x^3y = 0$$

(Petanda : Bahagi kedua-dua belah persamaan ini dengan x^2 dan pilih $Q(x) = x$)

(20%)

...4/-

(d) Selesaikan persamaan Riccati

$$y'(x) = y^2 \exp(x) - y + \exp(-x),$$

$$\text{diberi } y(0) = 1$$

(Petanda: Biar $y(x) = w(x) \exp(-x)$. Cari $w(x)$.)

(20%)

(e) Tunjukkan bahawa persamaan pembezaan biasa yang tak linear

$$y''(x) + xy'(x)^3 = 0, \quad y = y(x).$$

boleh ditulis semula sebagai persamaan Airy

$$\frac{d^2 x}{dy^2} = xy, \quad x = x(y).$$

(Petanda: perhatikan $dy/dx = 1/(dx/dy)$)

(20%)

...5/-

3. (a) Selesaikan

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = 16xy + 8x + 4y + 2, \quad \phi = \phi(x, y),$$

diberi $\partial\phi/\partial y = 3y^2 + 12y + 6$ di garis $x = 1$

dan $\phi = x^4 + 2x + 1$ di garis $y = 0$

(20%)

(b) Tunjuk bahawa jikalau $u = u(x, y)$ dan $v = v(x, y)$ ialah fungsi-fungsi selanjar yang mempunyai sifat-sifat $\partial u/\partial x = \partial v/\partial y$ dan $\partial u/\partial y = -\partial v/\partial x$, maka u dan v masing-masing menyelesaikan persamaan Laplace

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0.$$

(20%)

(c) Jikalau $\phi(x, y) = f(x + py)$ ialah satu penyelesaian bagi persamaan pembezaan separa

$$R^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0,$$

yang mana R ialah pemalar nyata yang diberi.
Cari semua nilai yang pemalar p boleh ambil.
(perhatikan p tidak semestinya nyata).

(20%)

...6/-

- (d) Guna kaedah pemisahan pembolehubah untuk mendapat satu penyelesaian bagi persamaan pembezaan separa

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0, \phi = \phi(x, y).$$

(20%)

- (e) Katalah kita ada persamaan pembezaan separa

$$f(x) \left[\frac{\partial \phi}{\partial x} \right]^2 + g(y) \left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \right]^2 = a(x) + b(y), \phi = \phi(x, y),$$

yang mana $f(x)$, $g(y)$, $a(x)$ dan $b(y)$ ialah fungsi-fungsi yang diberi.

Tunjuk bahawa, jikalau $\phi(x, y) = u(x) + v(y)$,

fungsi-fungsi $u(x)$ dan $v(y)$ boleh didapati daripada

$$f(x) [u'(x)]^2 - a(x) = \alpha,$$

$$g(y) [v'(y)]^2 - b(y) = -\alpha,$$

yang mana α ialah pemalar.

Terangkan bagaimana anda boleh cari $u(x)$ dan $v(y)$.

(20%)

...7/-

4. (a) (i) Dua peristiwa A dan B, $P(A) = 1/3$, $P(B) = 3/4$ dan $P(A \cap B) = 3/8$. Tentukan nilai-nilai $P(A \cup B)$, $P(A/B)$, $P(A \cap B^c)$ dan $P(A/B^c)$.
- (ii) Katakan A dan B dua peristiwa saling berasingan dengan $P(A) = 0.25$ dan $P(B) = 0.55$. Dapatkan nilai-nilai $P(A \cup B)$, $P(A^c)$ dan $P(A \cap B)$.
- (iii) Katakan E_1 dan E_2 dua peristiwa bebas supaya $P(E_1 \cup E_2) = 0.58$ dan $P(E_1 \cap E_2) = 0.12$. Tentukan dua nilai yang mungkin bagi $P(E_1)$?

(30%)


- (b) (i) Beberapa buah lori mengangkut bahan-bahan kontraktor menggunakan minyak petrol atau disel. 55% daripada lori-lori tersebut mengangkut pasir dan 60% menggunakan minyak petrol. Sebuah lori dipilih secara rawak. Tentukan kebarangkalian bahawa lori tersebut tidak mengangkut pasir dan menggunakan disel?
- (ii) Pada tahun-tahun yang lepas, kontraktor A berjaya mendapat 6 tender daripada 20 kontrak yang ditawarkan, manakala kontraktor B mendapat 8 tender daripada 20 kontrak yang sama. Kedua-dua kontraktor diminta memasuki tender untuk 3 kontrak. Berasaskan dari pengalaman tahun-tahun yang lalu, tentukan kebarangkalian bahawa:
- (a) Kontraktor B akan mendapat sekurang-kurangnya satu kontrak.
- (b) Samada kontraktor A atau kontraktor B, akan mendapat sekurang-kurangnya satu kontrak.

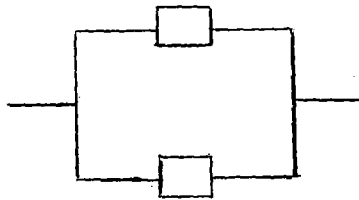
(30%)

(c) (i) Di dalam sebuah kilang paku, mesin-mesin A, B dan C mengeluarkan 30%, 50% dan 20% daripada jumlah pengeluaran masing-masing. Daripada hasil pengeluaran tersebut, 5% paku yang rosak datangnya dari mesin A, 1% dari mesin B dan 4% dari mesin C. Satu paku dipilih secara rawak dan didapati rosak. Apakah kebarangkalian paku tersebut datangnya dari,

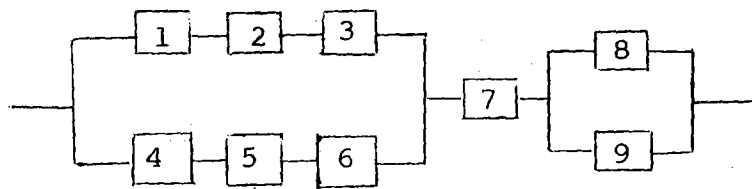
- (i) mesin A
- (ii) mesin B
- (iii) mesin C

Gambarkan peristiwa tersebut dengan gambarajah pohon.

(ii) Katakan  mewakili sistem bersiri dengan 3 unsur dan



mewakili sistem selari dengan 2 unsur. Komponen 1 dari sistem di bawah mempunyai kebarangkalian P_1 gagal dan anggapkan kegagalan setiap komponen adalah bebas, cari kebarangkalian sistem tersebut gagal ?



(40%)

...9/-

5. (a) (i) Tunjukkan bahawa jika pembolehubah rawak x mempunyai fungsi, ketumpatan kebarangkalian,

$$f(x) = k \left(x + \frac{x^2}{10} \right) \text{ untuk } 0 \leq x \leq 9,$$

maka nilai k ialah 0.0154.

Tentukan nilai jangkaan, $E(x)$ dan sisihan piawai bagi x ?.

- (ii) Dalam satu daerah, diketahui bahawa taburan hujan harian (dalam sentimeter (sm)) adalah pembolehubah rawak selanjar x dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian $f(x)$ diberi sebagai,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} (2x - x^2) & \text{untuk } 0 < x < 5 \\ 0 & \text{lain-lain.} \end{cases}$$

Dapatkan kebarangkalian bahawa pada suatu hari, taburan hujan di daerah tersebut adalah,

- (i) tidak lebih dari 2 sm
- (ii) lebih dari 3 sm
- (iii) di antara 2 dan 3 sm

(40%)

...10/-

- (b) Tuan punya sebuah stesyen minyak menyatakan bahawa purata bilangan pelanggan yang datang ke tempatnya pada hari minggu ialah 100 orang. Bagi memastikan kenyataan ini, suatu sampel pelanggan-pelanggannya dipilih secara rawak sebanyak 9 kali hari minggu dan didapati min sampelnya ialah $\bar{x} = 95$ pelanggan dan sisihan piawainya, $s = 10$.

Tentukan:

- (i) Apakah kenyataannya itu ditolak pada paras keertian 0.05? (Anggapkan yang taburan bilangan pelanggan adalah normal).
- (ii) Adakah jawapannya sama jika $s = 4$?
- (iii) Jika jawapan (b) adalah berbeza dengan (a), jelaskan perbezaannya.

(30%)

- (c) Katakan (17, 10), (12, 11), (8, 7), (4, 7), (3, 4) adalah set data yang diperolehi daripada suatu eksperimen. Lakarkan data pada kertas graf dan seterusnya dapatkan jangkaan kuasa dua terkecil bagi garis regresi data tersebut.

(30%)