UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan
Sidang 1986/87

EUM 101/4 - Matematik I

Tarikh: 27 Jun 1987 Masa: 9.00 pagi - 12.00 t/hari
(3 Jam)

ARAHAN KEPADA CALON:

(a) Pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 5 mukasurat yang bercetak dan LIMA (5) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

(b) Jawab KESEMUA SOALAN.

(c) Setiap soalan dinilai atas 100 markah dan markah untuk setiap ceraian soalan ditunjukkan di dalam kurungan (.).

(d) Buku sifir matematik disediakan. Mesin hitung boleh digunakan. Tunjukkan pengiraan dengan jelas.

(e) Kesemua soalan hendaklah dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

...2/-

1. (a) Katakan $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + j\sin\theta_1)$ dan $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + j\sin\theta_2)$ adalah dua nombor kompleks yang ditulis di dalam bentuk kutub. Tunjukkan bahawa

$$\text{hujah}(z_1 z_2) = (\text{hujah } z_1) + (\text{hujah } z_2) .$$

(30%)

(b) Nilaikan

(i) $$\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 kx}{x^2} .$$

(15%)

(ii) $$\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x .$$

(25%)

(c) Cari titik-titik genting dan kemudian lakarkan graf bagi fungsi berikut:

$$f(x) = 2(1 - |x|) + x^2 \quad , -\frac{1}{2} \leqslant x \leqslant \frac{3}{2} .$$

Nyatakan nilai-nilai ekstremum mutlak bagi $f(x)$.

(30%)

2. (a) Di dalam suatu litar LCR, impedans dinyatakan seperti berikut:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left[\omega L - \left(\frac{1}{\omega C}\right)\right]^2}$$

iaitu L, C dan R adalah malar.

Cari frekuensi ω yang akan menghasilkan impedans yang minimum.

(30%)

...3/-

(b) Di dalam suatu sistem gear planet, persamaan gerakan adalah seperti berikut:

$$\sin\omega t - e^{-at} = 0 \; .$$

Dengan mengambil ω = 0.573 dan a = 0.01, cari nilai punca yang paling kecil, tepat sehingga dua titik perpuluhan.

(40%)

(c) Nilaikan kamiran berikut:

$$\int_0^1 x(1 + x)^{\frac{1}{2}}\, dx \; .$$

(30%)

3. (a) Dinyatakan $u = \ln\sqrt{x^2 + y^2}$, $x = re^s$ dan $y = re^{-s}$, cari

$$\frac{\partial u}{\partial r} \quad \text{dan} \quad \frac{\partial u}{\partial s} \; .$$

(30%)

(b) Kelaskan titik-titik genting bagi fungsi $f(x, y) = xy^2 + x^2 + y^2$ dan cari nilai-nilai ekstreum tempatannya, jika wujud.

(50%)

(c) Nilaikan $\int_{2/3}^{5/3} \int_{2-x}^{2x} xy^2 \, dy \, dx$.

(20%)

...4/-

4. (a) Cari nilai-nilai ekstremum mutlak bagi fungsi $f(x, y, z) = xz + yz$ yang mana titik-titik (x, y, z) terletak pada persilangan permukaan-permukaan $yz - 2 = 0$ dan $x^2 + z^2 - 2 = 0$.

(50%)

(b) Suatu bungkah dibatasi di atas oleh suatu sfera, $x^2 + y^2 + (z - a)^2 = a^2$ dan di bawah oleh suatu kon $z^2 = x^2 + y^2$. Lakarkan bungkah itu dan cari isipadunya.

(50%)

5. (a) (i) Tunjukkan bahawa siri Maclaurin pada $t = 0$ bagi sin t ialah:

$$t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}\, t^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$$

bagi $|t| < \infty$.

(25%)

(ii) Dengan menggunakan (i) dan kamiran sebutan demi sebutan, tunjukkan bahawa

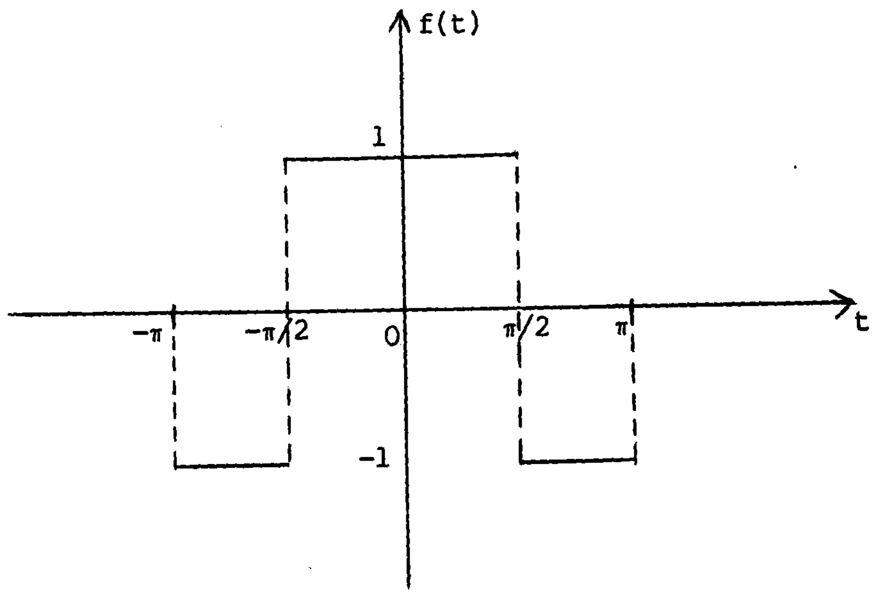
$$(*)\quad \int_0^x \sin t^2\, dt = \frac{x^3}{3} - \frac{x^7}{7.3!} + \dots + \frac{(-1)^{n-1} x^{4n-1}}{(4n-1)(2n-1)!} + \dots$$

Kemudian, dengan menggunakan ujian nisbah, tentusahkan bahawa siri (*) menumpu secara mutlak bagi semua x.

(25%)

...5/-

(b) Suatu sistem komunikasi elektronik menghasilkan suatu gelombang berbentuk segiempat sama seperti berikut:



dan $f(t + 2\pi) = f(t)$ iaitu $f(t)$ adalah suatu fungsi isyarat. Cari pekali-pekali Fourier bagi fungsi isyarat $f(t)$ dan kemudian tuliskan fungsi isyarat $f(t)$ di dalam bentuk siri Fourier sehingga 3 sebutan pertama yang <u>bukan kosong</u>.

(50%)

-oooOooo-