
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Akhir
Sidang Akademik 2008/2009

April 2009

JIM 419 – Pembolehubah Kompleks

Masa: 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

1. (a) Kembangkan fungsi $f(z) = \frac{1}{(z-2)(z-3)}$ sebagai
- (i) Siri Taylor dalam kuasa z .
 - (ii) Siri Laurent yang menumpu bagi $2 < |z| < 3$.
- (60 markah)
- (b) Tentukan rantau penumpuan bagi siri $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{n-1}}{4^{n+1}}$.
- (40 markah)
2. (a) Diberi C mewakili sempadan bagi segiempat sama dengan sisi-sisi di sepanjang garis $x = \pm 2$ dan $y = \pm 2$ yang berorientasi positif. Nilakan,
- (i) $\int_C \frac{z}{2z+1} dz$
 - (ii) $\int_C \frac{e^{-z}}{z - \pi i/2} dz$.
- (60 markah)
- (b) Dapatkan siri Maclaurin bagi fungsi $f(z) = \frac{1}{1-z^2}$.
- (40 markah)
3. (a) Tunjukkan bahawa $u = 2x - x^3 + 3xy^2$ adalah harmonik. Kemudian dapatkan v supaya $f(z) = u + iv$ adalah fungsi analitik.
- (60 markah)
- (b) Dengan menggunakan persamaan Cauchy-Riemann, cari semua titik z di mana $f(z) = \frac{1}{z}$ terbezakan.
- (40 markah)

4. (a) Gunakan rumus kamiran Cauchy untuk menilai

(i) $\int_C \frac{1}{z^2 + 4} dz$

(ii) $\int_C \frac{1}{(z^2 + 4)^2} dz,$

di mana C ialah bulatan $|z - i| = 2$ berorientasi positif.

(60 markah)

(b) Nilaikan $\oint_C \frac{1}{z + 2} dz$, diberi C adalah bulatan

(i) $|z| = 1$

(ii) $|z| = 3.$

(40 markah)

5. (a) Dengan menggunakan teorem reja, nilaikan $\int_C \frac{1}{z^3(z+4)} dz$, jika C adalah bulatan

(i) $|z| = 2$

(ii) $|z + 2| = 3.$

(60 markah)

(b) Nilaikan $\int_0^{2\pi} \frac{1}{4 - 4 \cos \theta + 1} d\theta.$

(40 markah)

-oooOooo-