

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1996/97

Oktober/November 1996

MST 564 - Kebolehpercayaan Statistik

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam EMPAT halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Andaikan fungsi bahaya bagi hayat T ialah

$$h(t) = 1 - (1+t)^{-1}, \quad x > 0$$

- (i) Dapatkan min fungsi bahaya $A(t) = \frac{H(t)}{t}$, fungsi kebolehpercayaan $R(t)$ dan min sisa hayat $\mu(x)$, (MRL).

- (ii) Jika F merupakan fungsi taburan bagi T , adakah $F \in IFR$?
Adakah $F \in DMRL$?

(40/100)

- (b) Andaikan dua komponen tak bersandar dihubungkan secara bersiri, dengan hayat T_i bagi komponen ke- i bertaburan Weibull dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian

$$f_i(t_i) = \begin{cases} \lambda_i \beta_i t_i^{\beta_i-1} e^{-(\lambda_i t_i)^{\beta_i}}, & t_i > 0, \quad \lambda_i > 0, \quad \beta_i > 0, \quad i = 1, 2 \\ 0, & d.t.l. \end{cases}$$

Dapatkan fungsi bahaya, $h(t)$, bagi sistem ini. Bolehkah fungsi tersebut termasuk ke dalam fungsi berbentuk U (U -shaped hazard function).

(30/100)

- (c) Berikan takrif bagi:

- (i) Baru lebih baik daripada terpakai (NBU).
(ii) Baru lebih baik daripada terpakai dalam jangkaan (NBUE).

Buktikan bahawa:

$$F \in NBU \Rightarrow F \in NBUE$$

(30/100)

..2/-

2. (a) Data berikut merupakan masa kegagalan (dalam hari) bagi 12 daripada 16 komponen yang digunakan dalam satu ujian. Andaikan bahawa masa kegagalan ini bertaburan eksponen.

1.4	1.6	2.5	3.5	4.0	4.5
6.0	6.5	7.2	8.0	8.8	10.0

- (i) Terbitkan ungkapan bagi anggaran kebolehjadian maksimum (*mle*) bagi min masa kegagalan θ dan dapatkan nilainya.
- (ii) Dapatkan satu selang keyakinan 95% bagi $\lambda = \frac{1}{\theta}$.
- (iii) Dapatkan anggaran kebolehjadian maksimum bagi kebolehpercayaan komponen pada hari ke-8, iaitu $S(8)$. Seterusnya, dapatkan satu selang keyakinan 95% bagi kebolehpercayaan ini.

(50/100)

- (b) Andaikan satu alat elektrik tertentu mempunyai hayat yang bertaburan eksponen. Semasa menyiapkan tatacara pemeriksaan bagi bekalan alat-alat tersebut, satu pelan ujian hayat penapisan jenis II (*type II censoring*) telah dicadangkan. Hipotesis yang berkaitan dengan ujian ini ialah $H_0: \theta_0 = 1000$ jam berlawanan dengan $H_1: \theta_1 = 400$ jam, dengan $\alpha = 0.05$ dan $\beta = 0.10$.

Dapatkan nilai r , iaitu bilangan hayat yang harus diambil dari bekalan alat-alat tersebut, supaya kuasa bagi ujian di atas ialah $1 - \beta$. Dapatkan juga nilai anggaran min $\hat{\theta}$ yang terbesar untuk menolak H_0 .

(50/100)

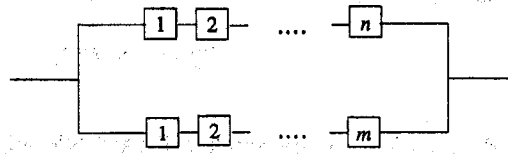
3. Andaikan n komponen tak bersandar bagi suatu sistem dihubungkan secara bersiri. Hayat T_i bagi komponen ke- i bertaburan eksponen dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian

$$f_i(t_i) = \begin{cases} \lambda_i e^{-\lambda_i t_i}, & t_i > 0, \\ 0, & \text{d.t.l.} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

- (i) Tunjukkan bahawa hayat sistem, T mempunyai taburan eksponen dengan parameter $\sum_{i=1}^n \lambda_i$.

...3/-

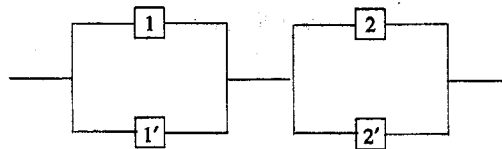
- (ii) Andaikan pula dua sistem bersiri yang disusun secara selari menghasilkan sistem berikut:



Hayat T_i bagi komponen ke- i bertaburan eksponen dengan parameter λ_i , $1 \leq i \leq n$, dan hayat T_j bagi komponen ke- j bertaburan eksponen dengan parameter μ_j , $1 \leq j \leq m$. Kesemua hayat adalah tak bersandar. Dapatkan fungsi kebolehpercayaan bagi sistem ini. Hitungkan $E[T]$ dan $\text{Var}(T)$ apabila $\lambda_i = \lambda$, $i = 1, 2, \dots, n$ dan $\mu_j = \mu$, $j = 1, 2, \dots, m$

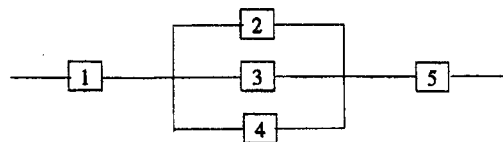
- (iii) Andaikan $n = m = 2$. Dapatkan fungsi kebolehpercayaan $R_1(t)$, bagi sistem di bahagian (ii).

Bandingkan fungsi $R_1(t)$ dengan fungsi kebolehpercayaan $R_2(t)$ bagi sistem berikut:



(100/100)

4. Pertimbangkan sistem berikut:



- (a) (i) Dapatkan set "minimal path" dan set "minimal cut" bagi sistem ini.
 (ii) Dapatkan fungsi struktur dan fungsi kebolehpercayaan bagi sistem ini.
 (iii) Jika $p_i = 0.4$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$, dapatkan batas bawah dan batas atas bagi fungsi kebolehpercayaan sistem ini.

(40/100)

...3/-

- (b) (i) Tunjukkan bahawa jika kadar kegagalan bagi suatu alat merupakan satu pemalar, jadi

$$R_m(t) = R(t)$$

dengan $R_m(t)$ merupakan fungsi kebolehpercayaan bagi sistem yang telah diselenggarakan.

- (ii) Andaikan pula suatu alat tertentu mempunyai kadar kegagalan longgokan seperti berikut:

$$H(t) = 1.2 \times 10^{-6} t + 1.1 \times 10^{-9} t^2$$

dengan t mewakili bilangan jam (hours). Hayat rekabentuk bagi alat ini ialah 10,000 jam.

Berapa kerapkah penyelenggaraan harus dilakukan jika suatu kebolehpercayaan sekurang-kurangnya 0.95 perlu diperolehi?

(60/100)

ooo000ooo