

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 1997/98

September 1997

MSS 401 - Analisis Kompleks

Masa: [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA soalan di dalam TIGA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Selesaikan setiap persamaan berikut dengan meninggalkan jawapan dalam bentuk Cartesan.
  - (i)  $z^2 = -5 - 12i$
  - (ii)  $\cos z = \cosh 3$
- (b) (i) Tunjukkan vektor  $z$  adalah serenjang dengan vektor  $w$  jika dan hanya jika  $\operatorname{Ny}(z\bar{w}) = 0$ .
  - (ii) Untuk  $z \neq 0$ , tunjukkan vektor-vektor  $\bar{z}$  dan  $z^{-1}$  adalah searah.
- (c) Cari tiga perwakilan siri Laurent bagi fungsi  $f(z) = 1/(z^2 - 5z + 6)$  dalam kuasa  $z$ .
- (d) Jika polinomial kompleks  $p(z) = a_0 + a_1z + \dots + a_nz^n$  bersifat  $|p(z)| \leq M$  untuk  $|z| \leq 1$ , tunjukkan bahawa  $|a_k| \leq M$ ,  $k = 0, 1, \dots, n$ .

(100/100)

...2/-

2. (a) (i) Jika  $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + x^2 - y^2$ , dapatkan konjugat harmonik  $v$ .

- (ii) Tentukan di mana fungsi

$$f(z) = f(x + iy) = 2 - x^3 - xy^2 + i(x^2y + y^3 - 16y)$$

adalah terbezakan dan analisis. Dapatkan juga terbitan fungsi  $f$ .

- (b) Jika fungsi  $f$  analisis pada domain  $D$  dan bukan fungsi malar, tunjukkan fungsi  $\bar{f}$  tak analisis pada  $D$ .

- (c) Dapatkan imej segiempat tepat  $S = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \pi\}$  di bawah pemetaan  $w = e^z$ .

- (d) Cari nilai maksimum  $|z^2 + 3z - 1|$  pada cakera  $|z| \leq 1$ , dan titik-titik  $z$  di mana nilai maksimum tersebut dicapai.

(100/100)

3. (a) Nilaikan setiap kamiran berikut:

(i)  $\int_G z^k dz$  dengan  $G$  sebagai tembereng garis dari  $-1$  ke  $1 + i$ .

(ii)  $\int_B \frac{3z^2 + \cos z + 5}{(z - 2\pi)^3} dz$  dengan  $B$  sebagai bulatan berarah positif  $|z - 2\pi| = 3$ .

(iii)  $\int_K ze^z dz$  dengan  $K$  sebagai suatu kontur dari  $1$  ke  $2i$ .

...3/-

- (b) Dapatkan satu cabang  $\log(2z - 1)$  yang analisis pada semua titik kecuali yang terletak di dalam  $\{x + iy : x = 1/2, y \geq 0\}$ .
- (c) Jika fungsi  $f$  adalah seluruh dan bersifat  $Ny f(z) \leq M, M > 0$ , tunjukkan  $f$  adalah fungsi malar.
- (d) Andaikan  $L$  sebagai luas rantau yang dibatasi oleh satu kontur tertutup ringkas  $K$ . Dengan menggunakan Teorem Green, tunjukkan bahawa

$$L = \frac{1}{2i} \int_K \bar{z} dz.$$

(100/100)

- oooOooo -