UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1996/97

Oktober/November 1996

MSG 473 - Teknik Kuantitatif Untuk Pengurusan II

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA soalan di dalam EMPAT halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Sebuah gudang mempunyai empat buah platform pemunggahan barang. Trak-trak yang tiba ke gudang ini boleh menggunakan mana-mana platform untuk memunggah barang. Seorang buruh dok ditempatkan di setiap platform. Kadar purata pemunggahan barang oleh setiap buruh dok ialah 1 jam. Masa pemunggahan mengikut agihan Eksponen. Ketibaan trak mengikut agihan Poisson dengan min 3 buah trak sejam.

Hitungkan yang berikut:

(i) Purata masa menunggu dalam giliran.
(ii) Purata masa menunggu dalam sistem.
(iii) Purata panjang giliran.
(iv) Purata bilangan dalam sistem.
(v) Kebarangkalian tiada trak dalam sistem.
(vi) Kebarangkalian masa menunggu dalam giliran melebihi 3 jam.
(vii) Kebarangkalian masa menunggu dalam sistem melebihi 4 jam.

(35 markah)

(b) Seorang kerani bertanggungjawab mengagihkan barang keperluan kepada mekanik di sebuah bengkel membaiki kereta. Bengkel ini mempunyai 10 orang mekanik. Pada puratanya, setiap mekanik memerlukan sesuatu barangan dari bilik stok setiap jam. Kerani ini melayan permintaan yang diterima dengan kadar layanan 6 minit pada puratanya. Pihak pengurusan sedang mempertimbangkan kaedah baru yang akan mengurangkan masa layan menjadi pada puratanya 3 minit bagi setiap permintaan. Jika mekanik yang bersenang melibatkan kos sebanyak RM10.00 sejam dan jika dengan kaedah baru ini pula, mekanik yang bersenang melibatkan kos sebanyak RM8.00 sejam, patutkan kaedah baru ini digunakan? Andaikan kadar ketibaan ialah Poisson dan masa layan beragihan eksponen.

(25 markah)

...2/-

(c) Klinik Mata Iris menawarkan ujian 'glaucoma' secara percuma setiap petang Selasa. Terdapat tiga orang pakar mata yang bertugas di klinik ini. Sesuatu ujian 'glaucoma' mengambil masa pada puratanya 20 minit dan masa sebenarnya didapati mengikut agihan eksponen. Pelanggan tiba ke klinik ini mengikut proses Poisson dengan min 6 orang sejam, dan pelanggan dilayan secara FIFO (yang dahulu didahulukan). Pihak pengurusan klinik ini berminat untuk mengetahui:

(i) Bilangan jangkaan pelanggan yang menunggu.

(ii) Berapakah masa purata pelanggan berada di klinik tersebut.

(iii) Purata peratusan masa bersenang setiap pakar mata.

(iv) Purata peratusan masa sekurang-kurangnya seorang pakar mata bersenang.

(v) Kebarangkalian bahawa seseorang pelanggan yang tiba akan terus dilayan tanpa perlu menunggu terlebih dahulu.

(vi) Untuk meningkatkan tahap perkhidmatan, pihak pengurusan klinik ini sedang mempertimbangkan dua opsyen. Opsyen yang pertama ialah mengurangkan bilangan pakar mata yang bertugas pada petang Selasa kepada dua orang dan opsyen kedua ialah menambahkan seorang lagi pakar mata yang bertugas pada petang Selasa. Jika kos menggaji seorang doktor ialah RM150.00 sejam dan kos seorang doktor bersenang ialah RM50.00 sejam, opsyen manakah yang patut dipilih oleh pihak pengurusan Klinik Mata Iris?

(40 markah)

2. (a) Pertimbangkan sistem lahir-mati dengan keadaan ketibaan dan masa layan seperti berikut. (Andaikan ketibaan dan masa layan beragihan eksponen).

$$\lambda_n = \alpha^n \lambda \qquad n \geq 0 \;, \quad 0 \leq \alpha < 1$$

$$\mu_n = \mu \qquad n \geq 1$$

(i) Lukiskan gambarajah kadar.

(ii) Selesaikan bagi P_n. Pastikan jawapan sepenuhnya di dalam bentuk P_0.

(iii) Tentukan P_0.

(50 markah)

(b) Kadar ketibaan teksi ke sebuah hotel terkemuka ialah 15/jam dan kadar ketibaan sekumpulan penumpang pula ialah 12/jam. Sekumpulan penumpang akan diambil sebaik sahaja mereka tiba, jika teksi telah sedia ada. Teksi yang tiba akan terus dinaiki sekiranya terdapat sekumpulan penumpang yang sedang menunggu. Sebanyak tiga buah teksi sahaja yang boleh menunggu pada sesuatu masa. Teksi yang lain tidak dibenarkan menunggu. Andaikan kadar ketibaan mengikut agihan Poisson dan masa layan mengikut agihan eksponen. Tentukan:

...3/-

(i) Biarkan $P_{i,j}$ mewakili kebarangkalian i kumpulan dan j teksi yang menunggu di hotel ini. Lukiskan gambarajah kadar bagi sistem giliran ini.

(ii) Hitungkan bilangan jangkaan teksi yang menunggu dan bilangan jangkaan kumpulan penumpang yang menunggu.

(iii) Berapa lamakah pada puratanya teksi menunggu dan juga berapa lamakah pada puratanya kumpulan penumpang ini menunggu?

(30 markah)

(c) Ketibaan kereta ke sebuah kedai tayar berlaku mengikut proses Poisson dengan kadar 8 sejam. Masa purata yang diperlukan untuk memberikan perkhidmatan kepada sesebuah kereta ialah 6 minit mengikut agihan eksponen. Kedai itu hanya mampu memuatkan 4 buah kereta (satu dilayan dan tiga menunggu) sahaja di dalamnya pada sesuatu masa.

Kereta yang tidak dapat ditempatkan di dalam kedai akan diletakkan di tepi jalan raya yang berhampiran. Jalan raya itu berada di dalam zon *'Tidak Boleh Meletak Kereta'* dan kemungkinannya adalah 45% bahawa sesebuah kereta yang diletakkan di situ akan didenda sebanyak RM40.00.

Denda itu akan dibayar oleh tuan punya kedai. Kedai itu dibuka 48 jam seminggu dan kereta yang sudah siap menerima layanan akan diambil secara serta merta oleh tuan punyanya.

Tentukan purata jumlah denda seminggu yang harus dibayar oleh tuan punya kedai itu.

(20 markah)

3. (a) Terdapat tiga bahagian berasingan di Bank Gemilang. Satu bahagian mengendalikan akaun, satu urusan pinjaman dan jualbeli dan satu lagi saham dan pelaburan. Bahagian akaun dikendalikan oleh tiga orang pekerja yang melayan pelanggan secara berasingan dengan masa purata melayan seseorang pelanggan ialah 10 minit. Bahagian pinjaman dan jualbeli serta bahagian saham dan pelaburan dikendalikan oleh dua orang pekerja setiap satunya. Masa purata melayan seseorang pelanggan di kedua-dua bahagian ini ialah 20 minit setiap satunya.

Terdapat hanya satu barisan menunggu di bahagian saham dan pelaburan dan terdapat barisan menunggu yang berasingan di hadapan setiap pekerja di bahagian pinjaman dan jualbeli. Masa layan bagi kesemua pekerja di ketiga-tiga bahagian adalah mengikut agihan eksponen.

...4/-

Pada waktu yang sibuk, pelanggan tiba ke bank itu mengikut proses Poisson dengan kadar 20 sejam. 70% daripada pelanggan didapati pergi ke bahagian akaun, 5% ke bahagian pinjaman dan jualbeli dan yang selebihnya ke bahagian saham dan pelaburan. 20% daripada pelanggan yang telah ke bahagian akaun ataupun bahagian pinjaman dan jualbeli akan pergi ke bahagian saham dan pelaburan, manakala 80% selebihnya akan keluar daripada bank. Bagi pelanggan yang selesai berurusan di bahagian saham dan pelaburan pula, 20% daripada mereka didapati akan duduk diruang menunggu dan yang selebihnya akan terus meninggalkan bank. Ruang menunggu adalah luas dan mampu menampung semua pelanggan yang hendak duduk. Seseorang pelanggan mengambil masa purata 10 minit untuk duduk di ruang menunggu dengan masa sebenar mengikut agihan eksponen.

(i) Berapa ramaikah pelanggan pada puratanya berada di bank itu pada sesuatu masa?

(ii) Bagi seseorang pelanggan yang hendak ke bahagian akaun, bahagian saham dan pelaburan, dan ruang menunggu di bank berkenaan, berapa lamakah pada puratanya dia akan berada di bank itu?

(50 markah)

(b) Suatu taburan Poisson dengan min = 3, boleh dihampirkan dengan agihan kebarangkalian berikut:

Bilangan ketibaan sehari	**Kebarangkalian**
0	0.05
1	0.15
2	0.22
3	0.22
4	0.17
5	0.10
6	0.05
7	0.02
8	0.01
9	0.01

Anggapkan bahawa bilangan kapal yang sampai ke sebuah dermaga untuk dipunggah mempunyai taburan Poisson dengan purata tiga buah kapal sehari. Pemunggahan sesebuah kapal mengambil masa malar 1/5 hari untuk siap. Hanya sebuah kapal boleh dipunggah pada satu masa dan penundaan (kelewatan) hingga ke hari esoknya mungkin berlaku. Simulasikan operasi ini untuk 12 hari dan tentukan bilangan kapal yang dipunggah sehari dan bilangan penundaan sehari serta kadar penggunaan dermaga untuk dua belas hari tersebut.

(Untuk penjanaan nombor rawak, gunakan lajur ketiga).

(50 markah)

- oooOooo -

[MSG473] **LAMPIRAN**

Rumus-rumus bagi Teorem Giliran:

1. M/M/1 :

$$\rho = \lambda/\mu$$

$$P_n = (1 - \rho)\rho_n \qquad \text{untuk } n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad , \quad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$P[W > t] = e^{-t/W}$$

$$P[W_q > t] = \rho e^{-t/W}$$

2. M/M/s:

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

$$P_0 = \left[\frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1}{(1-\rho)} + \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 & , \quad \text{jika } 0 \leq n \leq s \\ \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{s!\, s^{n-s}} P_0 & , \quad \text{jika } n \geq s \end{cases}$$

$$L_q = \frac{(\lambda/\mu)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} P_0$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = W_q + 1/\mu$$

$$L = L_q + \lambda/\mu$$

$$P[W_q > t] = \frac{P_0 s\mu(\lambda/\mu)^s}{s!(s\mu - \lambda)} e^{-(s\mu-\lambda)t}$$

3. M/M/s dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^{M} \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-2}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} P_0 \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \text{ jika } 0 \le n \le s \\ P_0 \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \text{ jika } s \le n \le M \\ 0 & , \text{ jika } n > M \end{cases}$$

$$L = P_0 \left[\sum_{n=0}^{s-1} n \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^{m} n \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]$$

$$L_q = L - s + P_0 \sum_{n=0}^{s-1} (s-n) \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

$$W = \frac{L}{\lambda(M-L)} \quad , \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda(M-L)}$$

4. M/G/1:

$$P_0 = 1 - \rho$$

$$L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}$$

$$L = \rho + L_q$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

5. $M/E_k/1$:

$$L_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W = W_q + 1/\mu$$

$$L = \lambda W$$

6. Model M/M/1/k

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{k+1}} & (\rho \neq 1) \\ \dfrac{1}{k+1} & (\rho = 1) \end{cases}$$

Untuk $\rho \neq 1$

$$L = \frac{\rho\left[1-(k+1)\rho^k + k\rho^{k+1}\right]}{\left(1-\rho^{k+1}\right)(1-\rho)}$$

$$L_q = L - (1-P_0) = L - \frac{\rho\left(1-\rho^k\right)}{1-\rho^{k+1}}$$

$$W = L/\lambda' \quad , \quad \lambda' = \mu(L - L_q)$$

$$W_q = W - 1/\mu = L_q / \lambda'$$

Untuk $\rho = 1$

$$L = \frac{k}{2}$$

7. Model M/M/s/k :

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{1}{n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (0 \leq n < s) \\ \dfrac{1}{s^{n-2}\, s!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (s \leq n \leq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \begin{cases} \left[\displaystyle\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \; \frac{1-\left(\dfrac{\lambda}{s\mu}\right)^{k-s+1}}{1-\dfrac{\lambda}{s\mu}}\right]^{-1} & \left(\dfrac{\lambda}{s\mu} \neq 1\right) \\ \left[\displaystyle\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!}(k-s+1)\right]^{-1} & \left(\dfrac{\lambda}{s\mu} = 1\right) \end{cases}$$

$$L_q = \frac{P_0 (s\rho)^s \rho}{s!(1-\rho)^2}\left[1 - \rho^{k-s+1} - (1-\rho)(k-s+1)\rho^{k-s}\right]$$

$$L = L_q + s - P_0 \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(s-n)(\rho s)^n}{n!}$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad , \quad \lambda' = \lambda(1 - P_k)$$

$$W_q = W - \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda'}$$

8. **Model M/M/s/s :**

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n / n!}{\sum_{i=0}^{s} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i / i!} \qquad (0 \leq n \leq s)$$

$$P_s = \frac{(s\rho)^s / s!}{\sum_{i=0}^{s} (s\rho)^i / i!} \qquad \left(\rho = \frac{\lambda}{s\mu}\right).$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu}(1 - P_s) \quad , \quad W = \frac{L}{\lambda'} \text{ dengan } \lambda' = \lambda(1 - P_s)$$

9. Model M/M/∞ :

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n e^{-\lambda/\mu}}{n!} \qquad (n \geq 0)$$

$$L = \lambda/\mu \quad W = \frac{1}{\mu}$$

10. **Layanan Berkeadaan**

$$\mu_n = \begin{cases} \mu_1 & (1 \le n \le k) \\ \mu & (n \ge k) \end{cases}$$

$$P_0 = \left[\frac{1-\rho_1^{\,k}}{1-\rho_1} + \frac{\rho\rho_1^{\,k-1}}{1-\rho} \right]^{-1} \qquad (\rho_1 = \lambda/\mu_1,\ \rho = \lambda/\mu < 1)$$

$$L = P_0 \left[\frac{\rho_1\left[1+(k-1)\rho_1^{\,k} - k\rho_1^{\,k-1}\right]}{(1-\rho_1)^2} + \frac{\rho\rho_1^{\,k-1}[k-(k-1)\rho]}{(1-\rho)^2} \right]$$

$$L_q = L - (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda} \qquad W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W = W_q + \frac{1-P_0}{\lambda}$$

$$P_n = \begin{cases} \left(\dfrac{\lambda}{\mu_1}\right)^n P_0 & (0 \le n < k) \\ \dfrac{\lambda^n}{\mu_1^{\,k-1}\ \mu^{n-k+1}} P_0 & (n \ge k) \end{cases}$$

11. M/M/1 dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{M} \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \quad \text{bagi } n = 1, 2, \ldots, M$$

$$L = M - \frac{\mu}{\lambda}[1-P_0]$$

$$L_q = M - \frac{\lambda+\mu}{\lambda}(1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda'}, \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda'} \qquad \text{dengan } \lambda' = \lambda(M-L)$$

TABLE 1.8 TWO-DIGIT RANDOM-NUMBER TABLE

03	26	48	92	38	96	41	04	35	84
71	44	81	46	44	47	07	20	58	04
33	75	06	41	87	72	63	88	59	54
53	71	27	13	37	45	89	61	30	26
41	15	43	91	46	81	57	39	34	86
16	18	75	11	26	80	93	97	29	33
88	50	00	56	70	19	90	00	93	95
13	10	08	15	29	33	75	70	43	05
15	72	73	69	27	75	72	95	99	56
64	10	99	02	18	26	78	69	19	12
98	66	53	86	34	71	09	88	56	08
43	05	06	19	91	78	03	65	08	16
69	82	02	61	98	50	74	84	60	41
06	40	10	24	68	42	39	97	25	55
34	86	83	41	33	83	85	92	32	29
46	05	92	36	82	04	67	05	18	69
28	73	59	56	43	88	61	17	07	48
35	53	49	39	98	14	16	76	69	10
90	90	18	27	75	08	75	17	55	68
62	32	97	16	33	66	02	34	62	26