UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1995/96

Oktober/November 1995

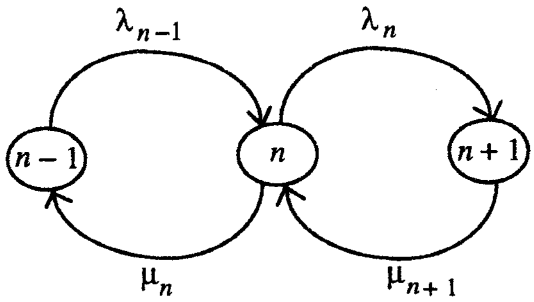
MSG 473 - Teknik Kuantitatif Untuk Pengurusan II

Masa : [3 jam]

Jawab **SEMUA** soalan.

Bahagian I

1. Rajah berikut menunjukkan proses lahir-mati.



Dengan andaian keadaan seimbang (kadar lahir sama dengan kadar mati), bentukkan jadual yang dapat menunjukkan kadar masuk dan kadar keluar daripada keadaan (state) n = 0,1,2,3, dan n . Seterusnya nyatakan kebarangkalian untuk keadaan tersebut.

[30 markah]

2. Sebuah bengkel mempunyai sebuah mesin pencuci enjin. Peratusan masa bersenang mesin pencuci enjin itu ialah 20%. Daripada tinjauan, didapati min masa khidmat ialah 9.5 minit, dengan varians 75.5 minit^2.

(i) Tentukan min kadar panggilan untuk khidmat mesin pencuci enjin itu.

(ii) Berapakah purata masa menunggu untuk khidmat mesin pencuci enjin itu?

(iii) Jika min masa khidmat disusutkan menjadi 6 minit, dengan varians 34 minit^2, berapakah purata masa menunggu untuk khidmat mesin pencuci enjin itu?

[40 markah]

...2/-

3. Sebuah kedai perabut menyimpan seunit sahaja meja jenis kayu meranti dalam stoknya. Sebaik sahaja unit itu dijual, unit yang baru akan dipesan dan masa ketibaan unit yang dipesan adalah mengikut agihan eksponen dengan purata satu bulan. Pelanggan tiba untuk membeli meja jenis kayu meranti itu pada puratanya sekali di dalam masa lima bulan dan ketibaan itu didapati berlaku secara rawak. Sekiranya meja jenis kayu meranti tidak ada di dalam stok apabila seseorang pelanggan yang berminat membelinya itu tiba, pelanggan itu akan pergi ke tempat lain. Keuntungan seunit daripada penjualan meja jenis kayu meranti ialah RM2,000.

   (i) Apakah kemungkinan bahawa seseorang pelanggan yang berminat membeli meja jenis kayu meranti tiba di kedai itu dan mendapati bahawa meja itu berada di dalam stok?

   (ii) Apakah kos bulanan kehilangan pelanggan?

[30 markah]

Bahagian II

1. Sebuah agensi pelancungan dikendalikan oleh dua orang pegawai yang sama cekap dan masing-masing berupaya mengendalikan 6 orang pelanggan sejam pada puratanya. Masa layan sebenar adalah mengikut agihan eksponen. Daripada data yang diperolehi, didapati bahawa pelanggan tiba mengikut proses Poisson. Jika bilangan pelanggan yang sedang menunggu tidak melebihi dua orang, kadar ketibaan ialah 10 orang sejam. Jika bilangan pelanggan yang sedang menunggu adalah 3 orang, kadar ketibaan ialah 6 orang sejam. Jika seseorang pelanggan tiba dan didapatinya terdapat empat orang yang sedang menunggu, dia akan pergi ke tempat lain untuk dilayan.

   (i) Tentukan λ_n dan μ_n.
   (ii) Lukiskan gambarajah kadar untuk sistem ini.
   (iii) Tentukan bilangan jangkaan pelanggan yang sedang menunggu.
   (iv) Tentukan masa purata seseorang pelanggan itu terpaksa menunggu.

[50 markah]

2. (i) Pertimbangkan suatu sistem giliran yang mempunyai satu pelayan. Kadar ketibaan pelanggan berlaku mengikut proses Poisson dengan min λ. Jika seorang pelanggan tiba dan didapatinya terdapat K pelanggan di dalam sistem, dia akan pergi ke tempat lain untuk dilayan. Masa layan adalah mengikut agihan eksponen dengan min $1/\mu$. Tunjukkan bahawa bilangan jangkaan pelanggan yang masuk ke sistem giliran ini per unit masa ialah

$$\lambda \left[\frac{1-(\lambda/\mu)^k}{1-(\lambda/\mu)^{k+1}} \right]$$

...3/-

(ii) Andaikan sistem giliran sebuah stesyen pencuci kereta adalah mengikut sistem di bahagian 2(i) dengan $K = 3$ dan $\mu = 40$ per jam. Untuk memperbaiki stesyen itu, dua alternatif pengubahsuaian telah dicadangkan;

Cadangan I : melibatkan pembelian ruang tambahan supaya $K = 4$.
Cadangan II : melibatkan penggantian mesin semasa dengan sebuah mesin baru yang lebih cepat supaya $\mu = 50$ sejam.

Jika $\lambda = 10$ sejam, dan keuntungan purata per pelanggan adalah malar, cadangan yang manakah akan menghasilkan keuntungan tambahan yang lebih tinggi?

[50 markah]

Bahagian III

1. Pertimbangkan suatu sistem giliran yang mempunyai seorang pelayan sahaja. Data berikut diperolehi daripada kajian masa lalu:

Lat ketibaan (minit)	Kekerapan
2	7
3	8
4	11
5	13
6	6
Jumlah:	**45**

Masa layan (minit)	Kekerapan
3	4
4	6
5	5
6	20
7	7
8	3
Jumlah:	**45**

...4/-

Andaikan bahawa pelanggan pertama tiba pada pukul 9:00 pagi. Simulasikan sistem ini untuk 15 orang pelanggan dan tentukan.

(i) purata masa menunggu.
(ii) peratusan masa bersenang pelayan sistem itu.

(Gunakan jadual nombor rawak yang dilampirkan dengan lajur **kedua** untuk lat ketibaan, lajur **ketiga** untuk masa layan).

[60 markah]

2. Berikan penjelasan untuk setiap yang berikut:

(i) Simulasi (ii) Proses lahir-mati

[10 markah]

3. Sebuah kilang pembuangan sampah mempunyai tiga buah mesin khas untuk memproses dan memampatkan sampah. Mesin-mesin itu seringkali mengalami kerosakan. Masa di antara kerosakan bagi setiap mesin adalah mengikut agihan eksponen dengan min 12 hari. Bagi setiap hari sesebuah mesin itu tidak beroperasi, kerugian yang akan ditanggung oleh kilang ialah RM90,000. Pada puratanya, masa yang diperlukan oleh sepasukan pekerja untuk membaiki mesin yang rosak ialah sehari dengan masa sebenarnya adalah mengikuti agihan eksponen.

Tentukan bilangan optimum pasukan pekerja yang harus disediakan oleh kilang itu sekiranya kos harian untuk menyediakan satu pasukan ialah RM1,000.

[30 markah]

- ooo000ooo -

Rumus-rumus bagi Teorem Giliran:

1. M/M/1 :

$$\rho = \lambda/\mu$$

$$P_n = (1 - \rho)\rho_n \qquad \text{untuk } n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad , \quad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$P[W > t] = e^{-t/W}$$

$$P[W_q > t] = \rho e^{-t/W}$$

2. M/M/s:

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

$$P_0 = \left[\frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1}{(1-\rho)} + \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 & , \quad \text{jika } 0 \le n \le s \\ \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{s!\, s^{n-s}} P_0 & , \quad \text{jika } n \ge s \end{cases}$$

$$L_q = \frac{(\lambda/\mu)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} P_0$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = W_q + 1/\mu$$

$$L = L_q + \lambda/\mu$$

$$P\left[W_q > t\right] = \frac{P_0 s\mu(\lambda/\mu)^s}{s!(s\mu - \lambda)} e^{-(s\mu-\lambda)t}$$

3. M/M/s dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^{M} \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-2}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} P_0 \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \text{ jika } 0 \le n \le s \\ P_0 \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \text{ jika } s \le n \le M \\ 0 & , \text{ jika } n > M \end{cases}$$

$$L = P_0 \left[\sum_{n=0}^{s-1} n \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^{m} n \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]$$

$$L_q = L - s + P_0 \sum_{n=0}^{s-1} (s-n) \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

$$W = \frac{L}{\lambda(M-L)} \quad , \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda(M-L)}$$

4. M/G/1:

$$P_0 = 1 - \rho$$

$$L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}$$

$$L = \rho + L_q$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

5. $M/E_k/1$:

$$L_q = \frac{1+k}{2k} \; \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W_q = \frac{1+k}{2k} \; \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W = W_q + 1/\mu$$

$$L = \lambda W$$

6. Model M/M/1/k

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{k+1}} & (\rho \neq 1) \\ \dfrac{1}{k+1} & (\rho = 1) \end{cases}$$

Untuk $\rho \neq 1$

$$L = \frac{\rho\left[1-(k+1)\rho^k + k\rho^{k+1}\right]}{\left(1-\rho^{k+1}\right)(1-\rho)}$$

$$L_q = L - (1-P_0) = L - \frac{\rho\left(1-\rho^k\right)}{1-\rho^{k+1}}$$

$$W = L/\lambda' \quad , \quad \lambda' = \mu(L - L_q)$$

$$W_q = W - 1/\mu = L_q/\lambda'$$

Untuk $\rho = 1$

$$L = \frac{k}{2}$$

7. Model M/M/s/k :

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{1}{n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (0 \leq n < s) \\ \dfrac{1}{s^{n-2}\, s!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (s \leq n \leq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \begin{cases} \left[\displaystyle\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!}\,\frac{1-\left(\frac{\lambda}{s\mu}\right)^{k-s+1}}{1-\frac{\lambda}{s\mu}}\right]^{-1} & \left(\dfrac{\lambda}{s\mu} \neq 1\right) \\ \left[\displaystyle\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!}\,(k-s+1)\right]^{-1} & \left(\dfrac{\lambda}{s\mu} = 1\right) \end{cases}$$

$$L_q = \frac{P_0 (s\rho)^s \rho}{s!(1-\rho)^2}\left[1 - \rho^{k-s+1} - (1-\rho)(k-s+1)\rho^{k-s}\right]$$

$$L = L_q + s - P_0 \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(s-n)(\rho s)^n}{n!}$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad , \quad \lambda' = \lambda(1 - P_k)$$

$$W_q = W - \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda'}$$

8. Model M/M/s/s :

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n / n!}{\sum_{i=0}^{s} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i / i!} \qquad (0 \le n \le s)$$

$$P_s = \frac{(s\rho)^s / s!}{\sum_{i=0}^{s} (s\rho)^i / i!} \qquad \left(\rho = \frac{\lambda}{s\mu}\right)$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu}(1 - P_s) \quad , \quad W = \frac{L}{\lambda'} \text{ dengan } \lambda' = \lambda(1 - P_s)$$

9. Model M/M/∞ :

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n e^{-\lambda/\mu}}{n!} \qquad (n \ge 0)$$

$$L = \lambda/\mu \quad W = \frac{1}{\mu}$$

10. **Layanan Berkeadaan**

$$\mu_n = \begin{cases} \mu_1 & (1 \le n \le k) \\ \mu & (n \ge k) \end{cases}$$

$$P_0 = \left[\frac{1-\rho_1{}^k}{1-\rho_1} + \frac{\rho\rho_1{}^{k-1}}{1-\rho} \right]^{-1} \qquad (\rho_1 = \lambda/\mu_1,\ \rho = \lambda/\mu < 1)$$

$$L = P_0 \left[\frac{\rho_1\left[1+(k-1)\rho_1{}^k - k\rho_1{}^{k-1}\right]}{(1-\rho_1)^2} + \frac{\rho\rho_1{}^{k-1}[k-(k-1)\rho]}{(1-\rho)^2} \right]$$

$$L_q = L - (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda} \qquad W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W = W_q + \frac{1-P_0}{\lambda}$$

$$P_n = \begin{cases} \left(\dfrac{\lambda}{\mu_1}\right)^n P_0 & (0 \le n < k) \\ \dfrac{\lambda^n}{\mu_1{}^{k-1}\,\mu^{n-k+1}} P_0 & (n \ge k) \end{cases}$$

11. M/M/1 dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{M} \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \quad \text{bagi } n = 1, 2, \ldots, M$$

$$L = M - \frac{\mu}{\lambda}[1-P_0]$$

$$L_q = M - \frac{\lambda+\mu}{\lambda}(1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda'}, \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda'} \quad \text{dengan } \lambda' = \lambda(M-L)$$

/

(MSG473) - 6

TABLE 1.8 TWO-DIGIT RANDOM-NUMBER TABLE

03	26	48	92	38	96	41	04	35	84
71	44	81	46	44	47	07	20	58	04
33	75	06	41	87	72	63	88	59	54
53	71	27	13	37	45	89	61	30	26
41	15	43	91	46	81	57	39	34	86
16	18	75	11	26	80	93	97	29	33
88	50	00	56	70	19	90	00	93	95
13	10	08	15	29	33	75	70	43	05
15	72	73	69	27	75	72	95	99	56
64	10	99	02	18	26	78	69	19	12
98	66	53	86	34	71	09	88	56	08
43	05	06	19	91	78	03	65	08	16
69	82	02	61	98	50	74	84	60	41
06	40	10	24	68	42	39	97	25	55
34	86	83	41	33	83	85	92	32	29
46	05	92	36	82	04	67	05	18	69
28	73	59	56	43	88	61	17	07	48
35	53	49	39	98	14	16	76	69	10
90	90	18	27	75	08	75	17	55	68
62	32	97	16	33	66	02	34	62	26