

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1998/99

Februari 1999

MSG 388/482 - Algoritma Matematik Untuk Grafik Komputer

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA soalan di dalam EMPAT halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

- 1.(a) Suatu lengkung Timmer kubik $r(t)$ dengan titik kawalan P_0, P_1, P_2 dan P_3 ialah

$$r(t) = (1-t)^2 (1-2t)P_0 + 4(1-t)^2 t P_1 + 4(1-t) t^2 P_2 + t^2(2t-1) P_3$$

$$0 \leq t \leq 1.$$

Lakarkan poligon kawalan untuk lengkung-lengkung Timmer kubik berikut:

(i)



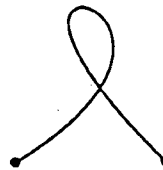
(ii)



(iii)



(iv)



(v)



(25/100)

- (b) Suatu lengkung nisbah Timmer kubik $r(t)$ dengan titik-titik kawalan P_0, P_1, P_2, P_3 dan pemberat-pemberat $1, w_1, w_2, 1$ ialah

$$r(t) = \frac{(1-t)^2 (1-2t)P_0 + 4(1-t)^2 t w_1 P_1 + 4(1-t) t^2 w_2 P_2 + t^2(2t-1) P_3}{(1-t)^2 (1-2t) + 4(1-t)^2 t w_1 + 4(1-t) t^2 w_2 + t^2(2t-1)}$$

$$0 \leq t \leq 1.$$

- (i) Dapatkan $r(\frac{1}{2})$.

...2/-

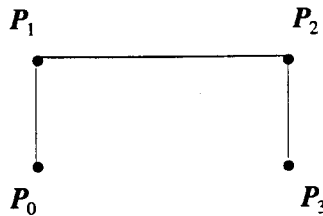
- (ii) Secara geometri jelaskan kedudukan $r(\frac{1}{2})$ terhadap titik-titik kawalan, dan cadangkan suatu kaedah selain daripada menggunakan pemberat untuk mengawal lengkung tersebut.
- (iii) Jelaskan syarat $r(t)$ suatu keratan kon. Apakah nilai pemberatnya?
- (iv) Terangkan bagaimana anda membina suatu cebis bulatan dengan menggunakan $r(t)$ ini.

(50/100)

(c) Menggunakan poligon kawalan seperti di bawah ini, lakarkan pada gambarajah yang sama lengkung nisbah Timmer kubik untuk pemberat-pemberat berikut:

- (i) $w_0 = w_1 = w_2 = w_3 = 1$
- (ii) $w_0 = w_3 = 1, w_1 = w_2 = 5$
- (iii) $w_0 = w_3 = 1, w_1 = w_2 = \frac{1}{2}$
- (iv) $w_0 = w_1 = w_3 = 1, w_2 \rightarrow \infty$
- (v) $w_0 = w_3, w_1 \rightarrow \infty, w_2 \rightarrow \infty$

Tandakan 1 hingga 5 untuk setiap lengkung di atas.



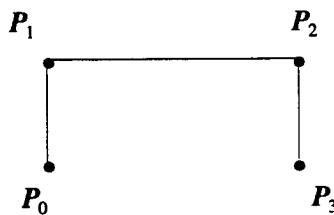
(25/100)

2.(a) Secebis lengkung splin-B (B-spline) kubik seragam $b_i(u)$ diberi sebagai

$$b_i(u) = \frac{1}{6} [u^3 \ u^2 \ u \ 1] \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{i-1} \\ P_i \\ P_{i+1} \\ P_{i+2} \end{bmatrix}$$

$0 \leq u \leq 1, 1 \leq i \leq n-2, P_i, i = 0, 1, \dots, n$ adalah titik-titik kawalan.

- (i) Dapatkan $b_i(1)$ dan $b_{i+1}(0), b'_i(1)$ dan $b'_{i+1}(0), b''_i(1)$ dan $b''_{i+1}(0)$. Apakah kesimpulan yang anda boleh buat tentang keselajaran parametrik lengkung splin-B kubik seragam?
- (ii) Dengan mengambil cebis pertama, tandakan pada poligon kawalan berikut kedudukan $b_1(0)$ dan $b_1(1)$.



...3/-

- (iii) Lengkung splin-B kubik seragam dengan poligon di atas juga boleh diwakili oleh lengkung Bèzier kubik. Dapatkan titik-titik Bèzier V_0, V_1, V_2, V_3 dan tandakan pada gambarajah yang sama di atas titik-titik tersebut.

(35/100)

- (b) Bina satu susunan sistolik bagi algoritma des Caltejau untuk menilai titik pada lengkung Bèzier kuartik pada $t = c$. Lengkung ini terbahagi kepada dua bahagian iaitu $r_1(t) = r(t), 0 \leq t \leq c$ dan $r_2(t) = r(t), c \leq t \leq 1$. Anda tidak puas hati dengan $r_1(t)$ dan ingin melakukan pengubahsuaian. Dengan berbantuan rajah-rajah yang sesuai terangkan secara terperinci proses yang anda perlu laksanakan.

(30/100)

- (c) (i) Diberi dua lengkung $r_1(u)$ dan $r_2(u)$. Nyatakan syarat $G^{(2)}$ pada titik temu.
 (ii) Pada selang $0 \leq u \leq 1$, fungsi splin- β ditakrifkan sebagai

$$b_0(u) = \frac{2\beta_1^3(1-u)^3}{\delta},$$

$$b_1(u) = \frac{1}{\delta} [2\beta_1^3 u(u^2 - 3u + 3) + 2\beta_1^2 u(u^3 - 3u^2 + 2) + 2\beta_1(u^3 - 3u + 2) + \beta_2(2u^3 - 3u^2 + 1)],$$

$$b_2(u) = \frac{1}{\delta} [2\beta_1^3 u^2(-u + 3) + 2\beta_1 u(-u^3 + 3) + \beta_2 u^3(-2u + 3) + 2(-u^3 + 1)],$$

$$b_3(u) = \frac{2u^3}{\delta},$$

$$\delta = \beta_2 + 2\beta_1^3 + 4\beta_1^2 + 4\beta_1 + 2.$$

Dapatkan $b_0(u), b_1(u), b_2(u), b_3(u)$ apabila $\beta_2 \rightarrow \infty$.

- (iii) Suatu lengkung splin- β seragam $s(t)$ dengan titik kawalan V_0, V_1, \dots, V_m ialah

$$s(t) = \sum_{j=0}^3 b_j(u) V_{i+j-1}, \quad i = 1, \dots, m-2.$$

Terangkan apa yang anda perlu buat supaya lengkung yang dibina bermula dari V_0 .

(35/100)

- 3.(a) Andaikan

$$r_1(t) = F_{0i}(t) P_0 + F_{1i}(t) P_1 + F_{2i}(t) P_2 + F_{3i}(t) P_3$$

dengan fungsi adunan

$$F_{0i}(t) = (1-t)^2 (1 + (2-a_i)t)$$

$$F_{1i}(t) = a_i(1-t)^2 t$$

$$F_{2i}(t) = b_i(1-t)t^2$$

$$F_{3i}(t) = t^2 (1 + (2-b_i)(1-t))$$

...4/-

dan $r(t)$ sebagai

$$r(t) = (1-t)r_1(t) + tr_2(t)$$

$0 \leq t \leq 1$, P_i , $i=0, 1, 2, 3$ titik-titik kawalan.

- (i) Beri syarat tentang a_1, b_1, a_2, b_2 supaya $r(t)$ adalah suatu lengkung kubik.
- (ii) Jika $a_1 = b_2 = 4$ dan $a_2 = b_1 = 0$ dapatkan $r(\frac{1}{2})$.
- (iii) Suatu lengkung Bèzier kuartik

$$s(t) = \sum_{i=0}^4 B_i^4(t) V_i, \quad 0 \leq t \leq 1$$

dengan $B_i^4(t) = \binom{4}{i} (1-t)^{4-i} t^i$, $V_i, i=0, \dots, 4$ adalah titik-titik kawalan juga serupa dengan lengkung $r(t)$ untuk kes $a_1 = b_2 = 4, a_2 = b_1 = 0$. Tandakan titik-titik Bèzier pada gambarajah yang sama.

(35/100)

- (b) Suatu splin-B nisbah kuadrat tak seragam ialah

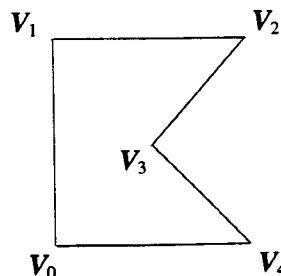
$$r(t) = \frac{(1-t)^2 P_0 + 2(1-t)t w P_1 + t^2 P_2}{(1-t)^2 + 2(1-t)t w + t^2}, \quad 0 \leq t \leq 1$$

dengan P_0, P_1, P_2 sebagai titik-titik kawalan dan w pemberat bagi P_1 .

- (i) Cari nilai w untuk membina suatu sukuan bulatan.
- (ii) Terangkan proses yang anda perlu buat untuk membina suatu bulatan dengan menggunakan splin-B nisbah kuadrat tak seragam. Sertakan rajah-rajah yang sesuai.

(35/100)

- (c) Anda hendak membina lengkung splin-B kuadrat seragam tertutup dengan menggunakan poligon kawalan seperti di bawah:



- (i) Lakarkan lengkung splin-B seragam.
- (ii) Pada gambarajah yang sama lakarkan lengkung splin-B seragam tetapi V_3 berulang dengan gandaan dua.

(30/100)

-ooo0ooo-