

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 2007/2008

Jun 2008

**MSS 318 – Discrete Mathematics**  
***[Matematik Diskret]***

Duration : 3 hours  
*[Masa : 3 jam]*

---

Please check that this examination paper consists of THREE pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

**Instructions:** Answer all four [4] questions.

**Arahan:** Jawab semua empat [4] soalan.]

1. (a) How many ways are there to choose six items from ten distinct items when the items in the choices
- are ordered and repetition is not allowed
  - are ordered and repetition is allowed
  - are unordered and repetition is not allowed
  - are unordered and repetition is allowed ?
- (b) A test contains 100 true/false questions. In how many ways can a student answer the questions on the test if answer may be left blank?
- (c) Prove that if 101 integers are selected from  $S = \{ 1, 2, \dots, 200 \}$ , then there are two integers such that one divides the other.

[25 marks]

2. (a) Determine the number of solutions to the equation  $x_1 + x_2 + x_3 = 17$  where  $x_1, x_2, x_3$  are non-negative integers with
- $x_1 > 1, x_2 > 2, x_3 > 3$
  - $x_1 < 6, x_3 > 5$ .
- (b) Find the number of arrangements of the letters in the word TALLAHASSEE. How many of these arrangements have no adjacent A's?
- (c) Find the number of positive integers  $n, (1 \leq n \leq 100)$  which is not divisible by 2, 3 or 5.

[25 marks]

3. (a) Solve the following recurrence relation  $a_n = 3a_{n-1} + 2^n$ , together with the initial condition  $a_1 = 3$ .
- (b) The Fibonacci numbers  $F(n)$  satisfy the recurrence relation  $F(n+2) = F(n+1) + F(n), F(0) = 0, F(1) = 1$ . Solve this recurrence relation.
- (c) By using generating functions, solve the recurrence relation  $a_k = 3a_{k-1} + 4^{k-1}$  with the initial condition  $a_0 = 1$ .

[25 marks]

4. (a) Let  $G$  be a graph with  $n$  vertices and  $e$  edges. Show that  $G$  is a tree if and only if it is connected and  $e = n - 1$ .
- (b) A connected planar graph has 10 vertices, with one vertex of degree 5, one vertex of degree 4, four vertices of degree 3 each, three vertices of degree 2 each and one vertex of degree 1. Find the number of bounded regions into which the plane is divided by a planar representation of this graph.
- (c) A simple graph  $G$  is called self-complementary if  $G$  and its complement are isomorphic. Show that a path of length three is self-complementary.

[25 marks]

1. (a) Berapakah cara untuk memilih enam item dari sepuluh item berlainan jika item dalam pilihan
- adalah bertertib and ulangan tidak dibenarkan
  - adalah bertertib dan ulangan dibenarkan
  - adalah tak bertertib dan ulangan tidak dibenarkan
  - adalah tak bertertib dan ulangan dibenarkan?
- (b) Satu ujian mengandungi 100 soalan berbentuk benar/salah. Berapakah cara seorang pelajar dapat menjawab soalan ujian tersebut jika sesuatu jawapan boleh ditinggalkan?
- (c) Buktikan bahawa jika 101 integer dipilih dari set  $S = \{1, 2, \dots, 200\}$ , maka terdapat dua integer yang mana satu membahagi yang kedua. [25 markah]
2. (a) Tentukan bilangan penyelesaian untuk persamaan  $x_1 + x_2 + x_3 = 17$  jika  $x_1, x_2, x_3$  ialah integer tak negatif dengan
- $x_1 > 1, x_2 > 2, x_3 > 3$
  - $x_1 < 6, x_3 > 5$ .
- (b) Cari bilangan aturan abjad dalam perkataan TALLAHASSEE. Berapakah aturan tersebut yang tidak mempunyai huruf A yang berdampingan?
- (c) Cari bilangan integer positif  $n$  ( $1 \leq n \leq 100$ ) yang tak terbahagikan dengan 2, 3 atau 5. [25 markah]
3. (a) Selesaikan hubungan jadi semula  $a_n = 3a_{n-1} + 2^n$ , dengan syarat awal  $a_1 = 3$ .
- (b) Nombor Fibonnaci  $F(n)$  memenuhi hubungan jadi semula  $F(n+2) = F(n+1) + F(n)$ ,  $F(0) = 0$ ,  $F(1) = 1$ . Selesaikan hubungan jadi semula ini.
- (c) Dengan menggunakan fungsi penjana, selesaikan hubungan jadi semula  $a_k = 3a_{k-1} + 4^{k-1}$  dengan syarat awal  $a_0 = 1$  [25 markah]
4. (a) Andaikan  $G$  suatu graf dengan  $n$  bucu dan  $e$  sisi. Tunjukkan bahawa  $G$  ialah pokok jika dan hanya jika  $G$  terkait dan  $e = n - 1$ .
- (b) Suatu graf satah terkait mempunyai 10 bucu, dengan satu bucu berdarjah 5, satu bucu berdarjah 4, empat bucu setiapnya berdarjah 3, tiga bucu setiapnya berdarjah 2 dan satu bucu berdarjah 1. Cari bilangan rantau terbatas agar satah terbahagi oleh perwakilan satah graf tersebut.
- (c) Graf ringkas  $G$  dikatakan swapelengkap jika  $G$  dan pelengkapnya adalah isomorfik. Tunjukkan bahawa setiap lintasan dengan panjang tiga adalah swapelengkap. [25 markah]