

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1997/98

September 1997

MSG 364 - Tinjauan Sampel dan Teknik Pensampelan

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam LIMA halaman dan TIGA halaman lampiran yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

- 1.(a) Andaikan y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) adalah satu sampel rawak ringkas dari suatu populasi Y yang mengandungi N unit. Kita mahu menganggar $\mu = \sum_{i=1}^N Y_i / N$ dengan menggunakan

$$\bar{y} = n^{-1} \sum_{i=1}^n y_i .$$

Tunjukkan

(i) $E(y_i) = \mu$

(ii) $Var(Y_i) = \sigma^2$

(iii) $Cov(y_i, y_j) = \frac{-\sigma^2}{(N-1)}$, di mana $\sigma^2 = N^{-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - \mu)^2$

Oleh yang demikian tentukan $E(\bar{y})$ dan $Var(\bar{y})$.

(50/100)

- (b) Sebuah syarikat pembinaan membina sebanyak 150 buah rumah teres dua tingkat yang telah siap dalam pelbagai peringkat. Satu sampel rawak ringkas saiz $n = 10$ telah diambil dan kos yang telah dibelanjakan adalah seperti berikut (dalam RM):

| | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| 30,500 | 30,200 | 29,500 | 31,800 | 34,500 |
| 29,700 | 30,800 | 33,100 | 32,100 | 31,900 |

Anggarkan jumlah kos perbelanjaan pembinaan yang telah dikeluarkan dan kirakan variansnya.

(30/100)

...2/-

- (c) Majlis Pelajar USM ingin menjalankan satu tinjauan untuk mengetahui kadaran pelajar USM yang menyokong penswastan Universiti. Oleh sebab untuk memperolehi jawapan dari sebanyak $N = 8000$ pelajar mengambil masa yang lama, satu sampel saiz n akan diambil dari populasi tersebut. Tentukan saiz sampel yang patut diambil untuk menganggar P , kadaran yang menyokong penswastan Universiti, dengan magnitud batas ralat penganggaran $B = 0.05$. Anggapan maklumat awal mengenai P tidak ada. (20/100)

- 2.(a) Dalam penganggaran nisbah, pembolehubah X dan Y diamati pada setiap unit dalam sampel saiz n , yang diambil dari suatu populasi saiz N . Jika \bar{y} , \bar{x} dan μ_y , μ_x masing-masing menandakan min sampel dan min populasi bagi Y dan X , tunjukkan $r = \bar{y}/\bar{x}$ adalah penganggar pincang bagi $R = \mu_y/\mu_x$. Seterusnya tunjukkan sebutan utama kepincangan penganggar nisbah r diberi oleh

$$\frac{1-f}{n\mu_x^2} (R\sigma_x^2 - \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y).$$

(30/100)

- (b) Dari satu senarai yang mengandungi 800 orang nama pelajar di sebuah Institut Pengajian Tinggi swasta, satu sampel rawak ringkas saiz $n = 30$ telah diambil dan maklumat mengenai perbelanjaan sebulan (y) dan amaun wang poket sebulan (x) (dalam ringgit Malaysia) telah dikutip bagi setiap pelajar dan keputusan yang diperolehi adalah seperti berikut:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{30} y_i &= 1500 & \sum_{i=1}^{30} x_i &= 1600 & \sum_{i=1}^{30} x_i y_i &= 50,100 \\ \sum_{i=1}^{30} y_i^2 &= 65,200 & \sum_{i=1}^{30} x_i^2 &= 72,500, & \mu_x &= 60 \end{aligned}$$

Dapatkan suatu anggaran bagi R , nisbah perbelanjaan terhadap wang poket sebulan dan kirakan variansnya.

(30/100)

- (c) Satu sampel rawak ringkas saiz $n = 12$ batang kayu balak telah diambil dari suatu populasi kayu balak saiz $N = 250$. Biar x menandakan luas permukaan pangkalnya dan y menandakan kaki isipadu batang balak itu. Jumlah luas permukaan pangkal bagi 250 bakal itu ialah 75 kaki persegi (τ_x). Data berikut telah dikutip.

...3/-

| <u>Balak</u> | <u>Luas Permukaan Pangkal x</u> | <u>Isipadu</u> |
|--------------|--|----------------|
| 1 | 0.3 | 6 |
| 2 | 0.5 | 9 |
| 3 | 0.4 | 7 |
| 4 | 0.9 | 19 |
| 5 | 0.7 | 15 |
| 6 | 0.2 | 5 |
| 7 | 0.6 | 12 |
| 8 | 0.5 | 9 |
| 9 | 0.8 | 20 |
| 10 | 0.4 | 9 |
| 11 | 0.8 | 18 |
| 12 | 0.6 | 13 |

- (i) Kirakan kecekapan relatif penganggaran nisbah terhadap pensampelan rawak ringkas,
- (ii) Kirakan kecekapan relatif penganggaran regresi terhadap penganggaran nisbah, bagi penganggaran μ_y .

(40/100)

3.(a) Suatu populasi yang mengandungi N unit dibahagi kepada k stratum masing-masing saiz N_1, N_2, \dots, N_k ($\sum_{i=1}^k N_i = N$). Satu sampel rawak ringkas saiz $n_i, i = 1, 2, \dots, k$ ($\sum_{i=1}^k n_i = n$) diambil dari stratum ke- i . Katakan C_0 menandakan kos overhead yang diperbelanjakan untuk membuat suatu tinjauan mengenai populasi itu. Andaikan kos mengambil satu sampel bersaiz n_i dari stratum ke- i ialah $b_i \sqrt{n_i}$ ($i = 1, 2, \dots, k$) supaya kos projek diberi oleh

$$C = C_0 + \sum_{i=1}^k b_i \sqrt{n_i}.$$

Tunjukkan peruntukan optimum yang meminimumkan $Var(\bar{y}_{st})$ dengan kos C tetap diberi oleh

$$n_i = \frac{(C - C_0)^2}{\left[\sum_{i=1}^k (W_i b_i \sigma_i)^{2/3} \right]^2} \left(\frac{W_i^2 \sigma_i^2}{b_i} \right)^{2/3}, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

...4/-

di mana

$$\left. \begin{aligned} W_i &= N_i / N \\ \sigma_i^2 &= \text{varians sebenar bagi stratum ke } -i \end{aligned} \right\} i = 1, 2, \dots, k.$$

(50/100)

- (b) Menggunakan keputusan yang diperolehi dari bahagian (a) tentukan kadaran saiz sampel yang diperuntukkan kepada setiap stratum diberi maklumat berikut:

| | <u>stratum 1</u> | <u>stratum 2</u> |
|------------|------------------|------------------|
| b_i | 7 | 5 |
| σ_i | 5 | 8 |
| W_i | 0.6 | 0.4 |

(30/100)

- (c) Terangkan dengan jelas sebutan-sebutan yang berikut:

- (i) kerangka pensampelan
- (ii) sampel rawak berstratum
- (iii) unit pensampelan
- (iv) kelebihan temubual peribadi sebagai kaedah pengumpul maklumat

(20/100)

- 4.(a) Seorang penyelidik mahu menganggar purata jualan tahunan bagi 60 buah firma pengeluar barang makanan. Beliau bercadang akan mengambil satu sampel rawak berstratum saiz $n = 15$. Pendapatan tahunan bagi 60 buah firma itu telah disediakan dalam bentuk taburan kekerapan seperti berikut:

| <u>Pendapatan (RM'000)</u> | | <u>Kekerapan</u> | |
|----------------------------|---------------------|------------------|-----------|
| 100 | dan kurang daripada | 150 | 12 |
| 150 | - | 200 | 15 |
| 200 | - | 250 | 8 |
| 250 | - | 300 | 3 |
| 300 | - | 350 | 6 |
| 350 | - | 400 | 8 |
| 400 | - | 450 | 5 |
| 450 | - | 500 | 3 |
| | | | <u>60</u> |

Bagaimanakah pengagihan terbaik bagi firma-firma itu kepada $k = 3$ stratum?

(30/100)

- (b) Satu tinjauan ekonomi telah dirangka untuk menganggar purata amaun wang yang dibelanjakan untuk membeli perkakas rumah oleh setiap keluarga dalam suatu bandar. Oleh sebab senarai rumah dalam bandar itu tidak tersedia, pensampelan berkelompok telah digunakan. Bandar itu telah dipecahkan kepada $N = 60$ kawasan dan satu sampel rawak ringkas saiz $n = 20$ kawasan telah diambil. Maklumat yang telah diperolehi diberi seperti di bawah:

| <u>Kawasan</u> | <u>Bilangan keluarga</u> | <u>Jumlah wang dibelanjakan untuk membeli perkakas rumah (RM)</u> |
|----------------|--------------------------|---|
| 1 | 55 | 2210 |
| 2 | 60 | 2390 |
| 3 | 62 | 2420 |
| 4 | 58 | 2350 |
| 5 | 70 | 2750 |
| 6 | 78 | 3100 |
| 7 | 69 | 2780 |
| 8 | 58 | 2360 |
| 9 | 52 | 1990 |
| 10 | 71 | 2800 |
| 11 | 70 | 2900 |
| 12 | 60 | 2480 |
| 13 | 65 | 2800 |
| 14 | 55 | 2370 |
| 15 | 60 | 2390 |
| 16 | 72 | 2850 |
| 17 | 75 | 3200 |
| 18 | 50 | 2420 |
| 19 | 65 | 2700 |
| 20 | 70 | 2850 |

Anggarkan purata amaun wang dibelanjakan untuk membeli perkakas rumah per keluarga dalam bandar itu dan kirakan variansnya.

(40/100)

- (c) Bincangkan prinsip-prinsip yang digunakan dalam membina soalselidik.

(30/100)

-ooo0ooo-

A. Penganggar

Anggaran varians

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} & \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right) \\ \hat{p} & & \frac{\hat{p}\hat{q}}{(n-1)} \left(\frac{N-n}{N} \right) \\ \bar{y}_{st} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k N_i \bar{y}_i & \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^k N_i^2 \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right) \left(\frac{s_i^2}{n_i} \right) \\ \hat{p}_{st} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k N_i \hat{p}_i & \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^k N_i^2 \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right) \left(\frac{\hat{p}_i \hat{q}_i}{n_i - 1} \right) \\ r &= \frac{\bar{y}}{\bar{x}} & \left(\frac{N-n}{nN} \right) \left(\frac{1}{\mu_x^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^k (y_i - rx_i)^2}{(n-1)} \text{ atau} \\ & & \left(\frac{N-n}{Nn} \right) \left(\frac{1}{\mu_x^2} \right) (s_y^2 + r^2 s_x^2 - 2r\hat{\rho} s_x s_y) \\ \hat{\mu}_{yL} &= \bar{y} + b(\mu_x - \bar{x}) & \left(\frac{N-n}{Nn} \right) \left(\frac{1}{n-2} \right) \left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - b^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right] \\ \hat{\mu}_{yD} &= \bar{y} + (\mu_x - \bar{x}) & \left(\frac{N-n}{Nn} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{(n-1)} \text{ atau} \\ & & \left(\frac{N-n}{Nn} \right) [s_y^2 + s_x^2 - 2\hat{\rho} s_x s_y] \\ \bar{y}_{sy} & & \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right) \\ \bar{y} &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} & \left(\frac{N-n}{Nn \bar{M}^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y} m_i)^2}{(n-1)} \\ \hat{p} &= \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{\sum_{i=1}^n m_i} & \left(\frac{N-n}{Nn \bar{M}^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \hat{p} m_i)^2}{(n-1)} \end{aligned}$$

$$\hat{\tau} = m\bar{y} \qquad N^2 \left(\frac{N-n}{Nn} \right) \frac{\sum (y_i \bar{y} m_i)^2}{(n-1)}$$

B. Formula umum

$$s_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\rho} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

$$s_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)}$$

$$n = \frac{\sum N_i^2 \sigma_i^2 / w_i}{N^2 D + \sum N_i \sigma_i^2}$$

$$n_i = n \left(\frac{N_i \sigma_i / \sqrt{C_i}}{\sum_{k=1}^L N_k \sigma_k / \sqrt{C_k}} \right)$$

$$n = \frac{\left(\sum_{k=1}^L N_k \sigma_k / \sqrt{C_k} \right) \left(\sum_{i=1}^L N_i \sigma_i \sqrt{C_i} \right)}{N^2 D + \sum_{i=1}^L N_i \sigma_i^2}$$

$$n_i = n \left(\frac{N_i \sigma_i}{\sum_{i=1}^L N_i \sigma_i} \right)$$

$$n = \frac{(C - C_0) \sum_{i=1}^k N_i \sigma_i / \sqrt{C_i}}{\left(\sum_{i=1}^k N_i \sigma_i \sqrt{C_i} \right)}$$

$$W_i = N_i / N$$

$$w_i = \frac{n_i}{n}$$

$$KR \left(\frac{E_1}{E_2} \right) = \frac{\hat{V}(E_2)}{\hat{V}(E_1)}$$

-ooo0ooo-