UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1995/96

Oktober/November 1995

MSG 343 - Geometri Berkomputer

Masa : [3 jam]

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Tuliskan perwakilan lengkung dan permukaan dalam bentuk tersirat, tak tersirat dan berparameter. Bincangkan mengenai kebaikan dan keburukan ketiga-tiga bentuk tersebut.

[25/100]

(b) Berikan suatu matriks transformasi berbentuk homogen 3 x 3 yang dapat menghasilkan transformasi berikut;

Besarkan imej 5 kali ganda dan putarkan mengelilingi asalan (lawan arah jam) sebanyak $\frac{\pi}{4}$.

[30/100]

(c) Gunakan pendaraban vektor untuk mengesahkan hukum sinus pada segitiga.

[15/100]

(d) Bincangkan mengenai kaedah interpolasi Aitken dan Lagrange. Lakarkan kedua kaedah tersebut.

[30/100]

...2/-

2. (a) Katakan $P(u, v)$ menakrifkan permukaan dengan parameter u dan v. Kita tandakan;

$$E = \frac{\partial \underline{P}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \underline{P}}{\partial u}, \quad F = \frac{\partial \underline{P}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \underline{P}}{\partial v}, \quad G = \frac{\partial \underline{P}}{\partial v} \cdot \frac{\partial \underline{P}}{\partial v}$$

Buktikan bahawa $EG - F^2 > 0$.

[20/100]

(b) Kita takrifkan polinomial Bernstein berdarjah n sebagai:

$$B_i^n(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, \quad i \in [0 \ldots n], \quad t \in [0, 1]$$

dan $\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!\,(n-i)!}$. Tunjukkan;

(i) $\sum_{i=0}^{n} B_i^n(t) = 1$

(ii) $B_i^n(t) = (1-t)\, B_i^{n-1}(t) + t\, B_{i-1}^{n-1}(t)$

(iii) $B_i^n(t) = \frac{(n+1-i)}{(n+1)} B_i^{n+1}(t) + \frac{(i+1)}{(n+1)} B_{i+i}^{n+1}(t)$

[25/100]

(c) Lengkung Bezier berdarjah n ditakrifkan sebagai:

$$P(t) = \sum_{i=0}^{n} V_i\, B_i^n(t), \quad t \in [0, 1]$$

dengan V_i, $i = 0, \ldots, n$ sebagai titik kawalan dan $B_i^n(t)$ adalah polinomial Bernstein berdarjah n.

(i) Sekiranya lengkung tersebut ditingkatkan darjahnya kepada $(n+1)$, yakni

$$P(t) = \sum_{i=0}^{n+1} \hat{V}_i \, B_i^{n+1}(t)$$

maka tunjukkan bahawa:

$$\hat{V}_i = \frac{i}{n+1} \, V_{i-1} + \frac{n+1-i}{n+1} \, V_i, \quad i = 0, \quad n+1$$

(ii) Buktikan bahawa $P(t)$ terletak di dalam hul cembung titik kawalan V_i, $i = 0, \ldots, n$.

[35/100]

(d) Bincangkan mengenai keselanjaran parametrik dan keselanjaran geometrik. Tuliskan rumus serta lakarannya untuk dua lengkung Bezier kubik yang menepati C^1, C^2, G^1 dan G^2.

[20/100]

3. (a) Huraikan mengenai algoritma de Casteljau. Lakarkan pelaksanaan algoritma ini pada lengkung Bezier. Terangkan kaedah untuk menggunakan algoritma ini pada permukaan Bezier.

[25/100]

(b) Katakan $x_i = 0, 1, 2, \cdots$, dan

$$M_n(x) = \frac{1}{(n-1)!} \sum_{i=0}^{n} (-1)^{n-i} \binom{n}{i} (x_i - x)_+^{n-1}$$

dengan $$(x_i - x)_+^{n-1} = \begin{cases} (x_i - x)^{n-1} & \forall x \le x_i \\ 0 & \forall x > x_i \end{cases}$$

menakrifkan fungsi B-Spline seragam berdarjah $(n-1)$.

(i) Tuliskan ungkapan $M_4(x)$ dan lakarkan $M_4(x-2)$ dan $M_4(x+3)$.

(ii) Tuliskan ungkapan $M_4(x)$ ternormal pada $[0, 1]$. Bincangkan kaedah menakrifkan lengkung B-Spline kubik seragam dari fungsi B-Spline yang telah diternormalkan itu. Tunjukkan bahawa persamaan satu cebis lengkung B-Spline tersebut boleh diungkapkan sebagai:

$$S_i(x) = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} x^3 & x^2 & x & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{i-1} \\ V_i \\ V_{i+1} \\ V_{i+2} \end{bmatrix}$$

dengan V_i sebagai titik kawalan lengkung tersebut.

Buktikan $S_i(x)$ dan $S_{i+1}(x)$ mempunyai keselanjaran C^2.

(iii) Lakarkan lengkung B-Spline kubik seragam yang mempunyai titik kawalan V_i, $i = 0, \ldots, n$.

[50/100]

(c) Bincangkan mengenai pelaksanaan kaedah interpolasi Coons untuk menjana permukaan dengan menggunakan data pada empat bucu segiempat.

[25/100]

ooo000ooo