

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1997/98

September 1997

MAT 222/MAT 322 - Persamaan Pembezaan II

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA soalan di dalam TIGA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Dapatkan penyelesaian am bagi persamaan:

$$\tilde{x}' = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \tilde{x} + \begin{pmatrix} e^t \\ -e^t \end{pmatrix}$$

di mana
$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$

- (b) Selesaikan:

$$x_1'' + x_2' = 1$$

$$x_2'' - x_1' = 0$$

tertakluk kepada syarat:

$$x_1(0) = x_1'(0) = 0 \quad \text{dan} \quad x_2(0) = x_2'(0) = 0.$$

(100/100)

2. (a) Selesaikan:

$$xu_x + yu_y = u$$

tertakluk kepada syarat:

$$y^2 = 4x \quad \text{apabila} \quad u = 1.$$

...2/-

(b) Selesaikan:

$$y^3 u_{xx} - y u_{yy} + u_y = 0, \quad y \neq 0$$

tertakluk kepada syarat:

$$u(x, y) = x + 2 \text{ pada } 2x + y^2 = 8, \text{ bagi } 2 \leq x \leq 4$$

$$u(x, y) = x^2 \text{ pada } 2x - y^2 = 0, \text{ bagi } 0 \leq x \leq 2$$

(100/100)

3. (a) Selesaikan persamaan gelombang:

$$u_{tt} = c^2 u_{xx} + 2, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0$$

dengan syarat:

$$u(x, 0) = x^2, \quad -\infty < x < \infty$$

$$u_t(x, 0) = \cos x, \quad -\infty < x < \infty$$

(b) Katakan $u(x, y)$ memenuhi persamaan $u_{xx} + u_{yy} = 0$ di dalam suatu domain Ω dan selanjutnya pada $\bar{\Omega}$. Buktikan bahawa u mencapai nilai maksimumnya pada sempadan Ω .

(100/100)

4. (a) Selesaikan:

$$u_t = k u_{xx}, \quad 0 < x < \ell, \quad t > 0$$

tertakluk kepada syarat:

$$u(x, 0) = f(x), \quad 0 < x < \ell$$

$$u(0, t) = u(\ell, t) = 0, \quad t > 0$$

(b) Dengan menggunakan hasil dari bahagian (a), selesaikan:

$$u_t = k u_{xx} + h$$

$$u(x, 0) = x(\ell - x), \quad 0 < x < \ell$$

$$u(0, t) = u(\ell, t) = 0, \quad t > 0$$

di mana ℓ, h dan k ialah pemalar positif.

(100/100)

...3/-

5. (a) Tunjukkan bahawa penyelesaian bagi masalah

$$r^2 u_{rr} + ru_r + u_{\theta\theta} = 0, \quad 0 \leq r < a, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$u(a, \theta) = f(\theta), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

boleh ditulis dalam bentuk:

$$u(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(a^2 - r^2)f(\alpha)d\alpha}{a^2 - 2ar \cos(\theta - \alpha) + r^2}$$

- (b) Selesaikan persamaan pembezaan:

$$r^2 u_{rr} + ru_r + u_{\theta\theta} = 0, \quad 1 < r < 2, \quad 0 < \theta < \pi$$

tertakluk kepada syarat:

$$u(1, \theta) = \sin \theta, \quad u(2, \theta) = 0, \quad 0 \leq \theta \leq \pi$$

$$u(r, 0) = 0, \quad u(r, \pi) = 0, \quad 1 \leq r \leq 2.$$

(100/100)

- ooo0ooo -