UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1987/88

MKT543 - Pemodelan Geometrik

Tarikh: 27 Oktober 1987 Masa: 9.00 pagi - 12.00 t/hari

(3 jam)

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Bincangkan bagaimana persamaan berparameter digunakan sebagai perwakilan lengkungan dan permukaan. Terangkan bagaimana anda memplot lengkungan dan permukaan tersebut.

Berikan beberapa kebaikan perwakilan berparameter jika dibandingkan dengan perwakilan tak berparameter dalam rekabentuk bantuan komputer.

(15/100)

(b) Tuliskan suatu matriks transformasi berbentuk homogen bagi transformasi tiga dimensi berikut:

Translasi sebanyak 0.5 bagi x, 0 bagi y dan -0.2 bagi z dan kemudian putarkan sebanyak $\frac{\pi}{3}$ mengelilingi paksi y.

(25/100)

(c) Bincangkan mengenai unjuran orthografik dan unjuran perspektif.

(25/100)

(d) Bentuk aljabar bagi lengkungan kubik berparameter ditulis sebagai

$$\underline{r}(u) = \underline{a}_3 u^3 + \underline{a}_2 u^2 + \underline{a}_1 u + \underline{a}_0$$

di mana

$$\underline{r}(u) = [x(u), y(u), z(u)]$$

$$\underline{a}_j = [a_{1j}, a_{2j}, a_{3j}]$$

$$u \in [0, 1]$$

.../2

Persamaan di atas boleh diungkapkan dalam bentuk geometrik

$$\underline{r}(u) = F_1(u)\underline{r}(0) + F_2(u)\underline{r}(1) + F_3(u)\dot{\underline{r}}(0) + F_4(u)\dot{\underline{r}}(1)$$

di mana $\dot{\underline{r}}$ menandakan $\frac{d\underline{r}}{du}$ dan F_1, F_2, F_3, F_4 adalah fungsi-fungsi pengadun. Tuliskan fungsi-fungsi pengadun tersebut dan huraikan sifat-sifat mereka.

(35/100)

2. (a) Kita takrifkan

$$B_n(u) = \sum_{i=0}^{n} V_i b_i^n(u)$$

dan

$$B_{n-1}(u) = \sum_{i=0}^{n-1} \hat{V}_i b_i^{n-1}(u)$$

di mana

$$b_i^n(u) = \binom{n}{i} u^i (1 - u)^{n-i}$$
$$u \in [0, 1]$$

merupakan dua lengkungan Bezier berdarjah n dan (n - 1) masing-masing dengan V_i dan $\hat{V}_i$ sebagai titik-titik kawalan. Dengan menggunakan dongakan darjah, tunjukkan bahawa

$$V_i = \frac{i}{n}\hat{V}_{i-1} + \frac{(n - i)}{n}\hat{V}_i , \quad 0 \leqslant i \leqslant n$$

(30/100)

(b) Kita takrifkan

$$P_1[\underline{F}](u, v) = \alpha_o(u)\underline{F}(0, v) + \alpha_1(u)\underline{F}(1, v) + \beta_o(u)\underline{F}_u(0, v) + \beta_1(u)\underline{F}_u(1, v)$$

dan

$$P_2[\underline{F}](u, v) = \alpha_o(v)\underline{F}(u, 0) + \alpha_1(v)\underline{F}(u, 1) + \beta_o(v)\underline{F}_v(u, 0) + \beta_1(v)\underline{F}_v(u, 1), \quad u, v \in [0, 1]$$

di mana

$$\alpha_o(t) = (1 - t)^2(2t + 1) , \quad \beta_o(t) = (1 - t)^2 t$$
$$\alpha_1(t) = t^2(3 - 2t) , \quad \beta_1(t) = t^2(t - 1)$$

.../3

merupakan dua interpolan lofted, dan setiap interpolan tersebut menginterpolasi data-data yang diberikan pada dua sempadan berlawanan.

(i) Dapatkan interpolan hasildarab tensor P_1P_2.

(ii) Dapatkan interpolan campuran Boolean $P_1 \oplus P_2$.

(iii) Berikan syarat-syarat supaya $P_1 \oplus P_2$ menginterpolasi kesemua data-data yang diberikan pada semua sempadan.

(iv) Jelaskan bagaimana interpolan campuran Boolean dapat ditukarkan kepada interpolan hasildarab tensor.

(40/100)

(c) Bincangkan mengenai kaedah Bezier dan B-Splines dalam merekabentuk kepingan permukaan segiempat. Bandingkan kedua kaedah tersebut dengan kaedah Coons.

(30/100)

3. (a) Kita takrifkan

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} W_{ij} b_i^m(u) b_j^n(v)$$

di mana

$$b_r^s(t) = \binom{s}{r} t^r (1 - t)^{s-r}$$

$$u, v \in [0, 1]$$

sebagai suatu permukaan Bezier berdarjah mxn dengan W_{ij} sebagai titik-titik kawalan.

Kita takrifkan juga

$$T(u, v) = \sum_{i,\, j \geq 0}^{i + j \leq n} V_{ij} b_{i,j}^n(u, v)$$

di mana

$$b_{i,j}^n(u, v) = \frac{n!\, u^i v^j (1 - u - v)^{n-i-j}}{i!\, j!\, (n - i - j)!}$$

$$u + v \leq 1, \quad u, v \geq 0$$

sebagai permukaan segitiga Bezier berdarjah n dengan V_{ij} sebagai titik-titik kawalan,

.../4

(i) Buktikan $b_j^m(u) = \sum_{h=0}^{m-j} b_{j,h}^m(u, \nu)$

(ii) Jika diberikan

$$b_j^m(u)b_k^n(\nu) = \sum_{h=0}^{m-j}\sum_{i=0}^{n-k} \frac{\binom{i+j}{j}\binom{h+k}{k}\binom{m+n-i-j-h-k}{m-j-h} b_{i+j,\ h+k}^{m+n}(u, \nu)}{\binom{m+n}{n}}$$

maka buktikan bahawa V_{ij} dan W_{ij} mempunyai pertalian berikut:

$$V_{ab} = \frac{1}{\binom{m+n}{n}} \sum_{j=0}^{a} \sum_{k=\max\{0,b-m+j)}^{\min\{b,n-a+j)} W_{jk} \binom{a}{j}\binom{b}{k}\binom{m+n-a-b}{m+k-j-b}$$

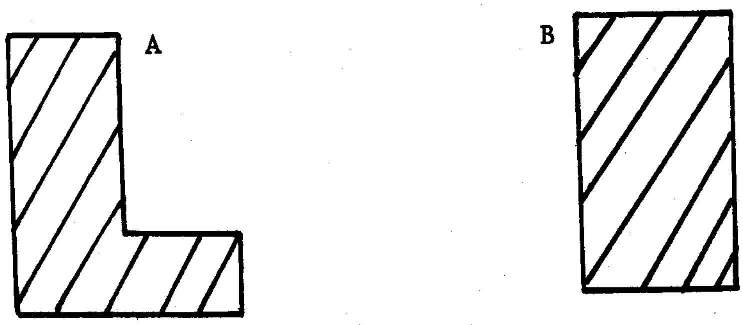
(40/100)

(b) Binakan interpolan campuran Boolean Taylor dua sisi (two-sided Boolean sum Taylor).

Bincangkan bagaimana interpolan tersebut digunakan untuk membina kepingan segitiga menggunakan kaedah Gregory-Charrot, dan kepingan poligon menggunakan kaedah dua sisi.

(30/100)

(c)



Rajah di atas menunjukkan dua objek berdimensi dua. Sebutan $C = A \cap B$ melambangkan persilangan dua objek tersebut dengan menggunakan teori set biasa, dan $C^* = A \cap^* B$ melambangkan persilangan menggunakan teori set dalam operasi Boolean.

Dengan menggunakan objek-objek di atas tunjukkan perbezaan di antara C dan C*.

Buktikan bahawa

$$C^* = \mathrm{Valid}_b(bA \cap bB) \cup (iA \cap bB) \cup (bA \cap iB) \cup (iA \cap iB)$$

di mana b melambangkan sempadan dan i melambangkan dalaman.

(30/100)