UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1996/97

Oktober/November 1996

MKT 461 - Statistik Tak Berparameter

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA soalan di dalam TUJUH halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Semua soalan mesti dijawab di dalam Bahasa Malaysia. Sifir New Cambridge Elementary Statistical Tables disediakan. Satu set lampiran dikepilkan. Alat penghitung "*non-programmable*" boleh digunakan. Ia disediakan oleh pelajar sendiri.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) (i) Yang berikut adalah dua sampel yang tak bersandar dari dua populasi:

Sampel-X : $X_1, X_2, X_3, \cdots, X_m$;

Sampel-Y : $Y_1, Y_2, Y_3, \cdots, Y_n$;

Dalam ujian pilihatur untuk hipotesis

H_0 : dua populasi adalah sama ;

lawan H_1 : $E(X) < E(Y)$;

Statistik ujian $\overline{Y} - \overline{X}$ digunakan. Dapatkan taburan untuk $\overline{Y} - \overline{X}$ apabila m, n besar.

(ii) Dua sampel yang tak bersandar diperolehi seperti berikut:

Sampel-X :	10	−3	−3	3	4	5	−2	−1
Sampel-Y :	−17	5	−7	−2	−6	−8	−7	−3

Ujikan hipotesis dengan menggunakan statistik ujian dalam soalan 1(i).

H_0 : dua populasi adalah sama

H_1 : $E(X) \neq E(Y)$.

Gunakan $\alpha = 0.05$.

(50/100)

...2/-

(b) Dalam satu penyelidikan, skor *"self-esteem"* bagi 2 kumpulan orang pelajar diperolehi:

A :	56	49	55	48	49	41
	45	44	53	42	51	
B :	58	59	57	48	59	45
	60	67	61			

bolehkah kita mengambil kesimpulan berdasarkan data yang diperolehi, dua populasi ini adalah berbeza? Gunakan $\alpha = 0.05$. Gunakan ujian cepat Tukey.

(30/100)

(c) Seorang penyelidik berminat untuk mengetahui sama ada satu filem tentang *"Juvenile Delinquency"* (anak muda yang tidak melaksanakan tanggungjawabnya) akan mengubah pendapat penduduk tentang betapa berat hukuman patut dikenakan kepada anak muda itu. Seramai 200 orang penduduk dipilih secara rawak dan mereka ditanya sebelum dan selepas filem itu ditayangkan sama ada bersetuju atau tidak tentang satu hukuman. Maklumatnya adalah seperti berikut:

		Selepas	
		Bersetuju	Tidak Bersetuju
Sebelum	Bersetuju	60	3
	Tidak Bersetuju	15	22

Adakah tayangan filem itu berkesan untuk mengubah pendapat penduduk? Gunakan $\alpha = 0.05$.

(20/100)

2. (a) Katakan $\overline{Y}$ ialah min n integer yang diambil secara rawak tanpa penggantian dari N integer yang pertama dari 1 ke N, tunjukkan bahawa

$$E(\overline{Y}) = \frac{N+1}{2} ;$$

$$\text{Var}(\overline{Y}) = \frac{(N+1)(N-n)}{12n} .$$

(30/100)

(b) Seorang pakar burung telah menjalankan satu eksperimen untuk mengetahui 'kebolehan mengetahui diri' (*discriminatioan ability*) melalui bunyi di antara burung *blue-winged* dan burung *golden-winged* (2 jenis burung). Di dalam kawasan yang boleh didengar jenis burung itu, tape bunyi jenis itu yang telah dirakamkan dimainkan dan sama ada burung itu bertindak balas atau tidak dicatatkan. Berikut ialah maklumatnya:

...3/-

	Bertindak balas	Tidak
Jenis '*blue-winged*'	3 ekor	7 ekor
Jenis '*golden-winged*'	2 ekor	10 ekor

Berdasarkan data ini, bolehkah kita mengatakan bahawa kadaran untuk burung yang tidak bertindak balas itu adalah lebih tinggi untuk burung jenis *golden-winged*? Gunakan ujian tepat Fisher. $\alpha = 0.05$.

(20/100)

(c) Sebuah maktab perguruan mencatatkan tinggi purata pelajar untuk 32 tahun yang lalu. Data tinggi purata adalah seperti berikut (dalam inci):

68.3	68.6	68.4	68.1	68.4	68.2	68.7
68.9	69.0	68.8	68.0	68.6	69.2	68.9
68.6	68.8	69.2	68.8	68.7	69.5	68.7
68.8	69.4	69.3	69.5	69.5	69.0	69.1
69.9	69.7	69.9	69.8			

Adakah data ini menunjukkan wujud haluan ke atas untuk tinggi pelajar maktab itu? $\alpha = 0.05$. Gunakan ujian Cox-Stuart.

(20/100)

(d) Beza suhu dari suhu purata bagi bulan Disember tahun lalu di Pulau Pinang adalah seperti yang diberikan:

Hari	Beza	Hari	Beza	Hari	Beza
1	4	12	−4	23	1
2	5	13	−6	24	2
3	4	14	−6	25	6
4	3	15	−3	26	−2
5	0	16	−1	27	−4
6	2	17	−2	28	−4
7	−1	18	6	29	−3
8	2	19	5	30	−2
9	−1	20	6	31	−1
10	3	21	3		
11	2	22	1		

Ujikan hipotesis bahawa corak suhu dari suhu purata adalah rawak. Gunakan paras keertian $\alpha = 0.05$.

(30/100)

...4/-

3. (a) (i) Jika seri tidak berlaku, tunjukkan bahawa Rho Spearman r_s ialah pekali korelasi Pearson, r, jika nilai-nilainya digantikan oleh pangkat-pangkatnya.

(ii) Yang berikut ialah ukuran tekanan darah *systolic* dan *diastolic* 14 pesakit:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Systolic :	141.8	140.2	131.8	132.5	135.7	141.2	143.9
Diastolic :	89.7	74.4	83.5	77.8	85.5	86.5	89.4

	8	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
	140.2	140.8	131.7	130.8	135.6	143.6	133.2
	89.3	88.0	82.2	84.6	84.4	86.3	85.9

Adakah tekanan darah *systolic* dan *diastolic* tak bersandar? Gunakan statistik ujian Spearman. $\alpha = 0.05$.

(50/100)

(b) (i) Tunjukkan bahawa ujian Kruskal-Wallis ialah peluasan ujian Mann-Whitney apabila hanya melibatkan dua sampel yang tak bersandar.

(ii) Cawson *et. al.* menjalankan penyelidikan ke atas paras *cortisol* di dalam 3 kumpulan pesakit bayi yang dilahirkan pada 33 minggu hingga 42 minggu. Yang berikut ialah datanya:

Kumpulan I	**Kumpulan II**	**Kumpulan III**
262 (*4*)	465 (*16*)	343 (*10*)
307 (*7*)	501 (*18*)	772 (*20*)
211 (*3*)	455 (*15*)	207 (2)
323 (*8*)	355 (*11*)	1048 (*22*)
454 (*14*)	468 (*17*)	838 (*21*)
339 (*9*)	302 (*13*)	687 (*19*)
304 (*6*)		
154 (*1*)		
287 (*5*)		
356 (*12*)		

(*Pangkat di dalam kurungan*).

Dari maklumat ini, kita ingin mengetahui sama ada mencukupi untuk menyatakan bahawa paras *cortisol* adalah berlainan. Gunakan $\alpha = 0.05$.

(50/100)

...5/-

4. (a) Katakan (X_i, Y_i) , $i = 1, 2, \ldots, 6$ ialah sampel rawak dari populasi (X, Y) yang selanjar. Tulis

$$D = Y - X; \quad D \text{ dianggap bersimetri}$$

$$D_i = Y_i - X_i \; ;$$

Berikan pangkat kepada

$$|D_i| = |Y_i - X_i| \; ; \quad i = 1, 2, \ldots, 6 \; ;$$

Takrifkan

$$R_i = \begin{cases} 0 \; ; & \text{jika } Y_i < X_i \, ; \\ \text{pangkat kepada } |D_i| & \text{jika } Y_i > X_i \; ; \end{cases}$$

Takrifkan

$$T = \sum_{i=1}^{6} R_i \quad ;$$

Dapatkan taburan tepat bagi T bawah hipotesis bahawa min bagi D adalah sifar.

(40/100)

(b) Di dalam satu kelas 24 orang lelaki, 10 daripadanya dari luar bandar dan 14 daripadanya dari bandar. Satu ujian dijalankan untuk mengetahui IQ mereka. Yang berikut ialah datanya:

X **:**	**Luar Bandar**	***Y*** **:**	**Bandar**
84	100	82	124
88	107	83	132
90	111	108	136
92	123	112	140
93	140	112	140
		119	148
		120	148

Ujikan hipotesis bahawa varians IQ untuk pelajar bandar adalah lebih besar. Gunakan ujian Siegel-Tukey. $\alpha = 0.05$.

(30/100)

...6/-

(c) Hall *et. al.* menjalankan penyelidikan ke atas tiga cara untuk menentukan paras serum amylase untuk pesakit dengan pancreatitis. Maklumat adalah seperti yang ditunjukkan:

Pesakit	Cara A	Cara B	Cara C
1	4000	3210	6120
2	1600	1040	2410
3	1600	647	2210
4	1200	570	2060
5	840	445	1400
6	352	156	249
7	224	155	224
8	200	99	208
9	184	70	227

Berdasarkan maklumat ini, bolehkah kita menyatakan tiga cara ini menghasilkan ukuran yang sama? $\alpha = 0.05$.

(30/100)

5. (a) Shani *et. al.* telah menjalankan penyelidikan mengenai kesan phenobarbital ke atas fungsi jantung untuk pesakit Dubin Johnson syndrome. Data yang berikut menunjukkan paras bilirubin pesakit sebelum dan selepas rawatan.

pesakit	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
sebelum	4.0	3.2	3.8	1.8	3.0	5.3	5.7
selepas	3.1	3.0	3.5	1.0	1.8	3.9	2.2

pesakit	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
sebelum	3.0	2.7	2.9	2.8	1.8	2.6	4.2
selepas	2.1	1.4	2.9	2.6	1.4	2.5	3.8

Berdasarkan maklumat ini, bolehkah kita menyatakan bahawa phenobarbital mengurangkan paras bilirudin bagi pesakit. Gunakan dua ujian tak-berparameter yang berlainan.

Paras keertian $\alpha = 0.05$.

(40/100)

(b) Suatu eksperimen terdiri daripada percubaan dengan kebarangkalian kejayaan = p. Eksperimen itu turut dijalankan sama ada kejayaan berlaku atau 3 percubaan telah dijalankan, dan maklumat bilangan percubaan dan frekuensi adalah seperti yang diberikan

Bilangan percubaan	1	2	3
frekuensi	80	44	76

(i) Anggarkan nilai p ;

(ii) Ujikan hipotesis untuk kebagusan penyuaian dengan p ini.

(30/100)

(c) Burrus *et. al.* menjalankan penyelidikan ke atas kadar "*basal metabolic*" (di dalam mililiter osigen per minit) bagi lelaki atlit dan lelaki bukan atlit. Yang berikut ialah datanya:

Lelaki atlit	Lelaki bukan atlit
236	206
209	238
278	224
276	257
252	230
251	
264	

Katakan $F_1(x)$ ialah fungsi taburan bagi populasi atlit dan $F_2(x)$ ialah fungsi taburan bagi populasi bukan atlit. Ujikan hipotesis

$$H_0 : F_1(x) = F_2(x) \; ;$$

lawan $H_1 : F_1(x) \neq F_2(x)$;

Gunakan paras keertian $\alpha = 0.05$.

(30/100)

- oooOooo -

Table 7 Quantiles of the Wilcoxon Signed Ranks Test Statistic[a]

	$w_{.005}$	$w_{.01}$	$w_{.025}$	$w_{.05}$	$w_{.10}$	$w_{.20}$	$w_{.30}$	$w_{.40}$	$w_{.50}$	$\frac{n(n+1)}{2}$
$n = 4$	0	0	0	0	1	3	3	4	5	10
5	0	0	0	1	3	4	5	6	7.5	15
6	0	0	1	3	4	6	8	9	10.5	21
7	0	1	3	4	6	9	11	12	14	28
8	1	2	4	6	9	12	14	16	18	36
9	2	4	6	9	11	15	18	20	22.5	45
10	4	6	9	11	15	19	22	25	27.5	55
11	6	8	11	14	18	23	27	30	33	66
12	8	10	14	18	22	28	32	36	39	78
13	10	13	18	22	27	33	38	42	45.5	91
14	13	16	22	26	32	39	44	48	52.5	105
15	16	20	26	31	37	45	51	55	60	120
16	20	24	30	36	43	51	58	63	68	136
17	24	28	35	42	49	58	65	71	76.5	153
18	28	33	41	48	56	66	73	80	85.5	171
19	33	38	47	54	63	74	82	89	95	190
20	38	44	53	61	70	82	91	98	105	210

For n larger than 20, the pth quantile w_p of the Wilcoxon signed ranks test statistic may be approximated by $w_p = [n(n+1)/4] + x_p\sqrt{n(n+1)(2n+1)/24}$, where x_p is the pth quantile of a standard normal random variable, obtained from Table 1.

SOURCE. Adapted from Table 1, McCornack (1965).

[a] The entries in this table are quantiles w_p of the Wilcoxon signed ranks test statistic T, given by Equation (5.1.4), for selected values of $p \leq .50$. Quantiles w_p for $p > .50$ may be computed from the equation

$$w_p = n(n+1)/2 - w_{1-p}$$

where $n(n+1)/2$ is given in the right hand column in the table. Note that $P(T < w_p) \leq p$ and $P(T > w_p) \leq 1 - p$ if H_0 is true. Critical regions correspond to values of T less than (or greater than) but not including the appropriate quantile.

Table 17 QUANTILES OF THE SMIRNOV TEST STATISTIC FOR TWO SAMPLES OF DIFFERENT SIZE n AND m^a

One-Sided Test:		$p = .90$	.95	.975	.99	.995
Two-Sided Test:		$p = .80$	.90	.95	.98	.99
$N_1 = 1$	$N_2 =$ 9	17/18				
	10	9/10				
$N_1 = 2$	$N_2 =$ 3	5/6				
	4	3/4				
	5	4/5	4/5			
	6	5/6	5/6			
	7	5/7	6/7			
	8	3/4	7/8	7/8		
	9	7/9	8/9	8/9		
	10	7/10	4/5	9/10		
$N_1 = 3$	$N_2 =$ 4	3/4	3/4			
	5	2/3	4/5	4/5		
	6	2/3	2/3	5/6		
	7	2/3	5/7	6/7	6/7	
	8	5/8	3/4	3/4	7/8	
	9	2/3	2/3	7/9	8/9	8/9
	10	3/5	7/10	4/5	9/10	9/10
	12	7/12	2/3	3/4	5/6	11/12
$N_1 = 4$	$N_2 =$ 5	3/5	3/4	4/5	4/5	
	6	7/12	2/3	3/4	5/6	5/6
	7	17/28	5/7	3/4	6/7	6/7
	8	5/8	5/8	3/4	7/8	7/8
	9	5/9	2/3	3/4	7/9	8/9
	10	11/20	13/20	7/10	4/5	4/5
	12	7/12	2/3	2/3	3/4	5/6
	16	9/16	5/8	11/16	3/4	13/16
$N_1 = 5$	$N_2 =$ 6	3/5	2/3	2/3	5/6	5/6
	7	4/7	23/35	5/7	29/35	6/7
	8	11/20	5/8	27/40	4/5	4/5
	9	5/9	3/5	31/45	7/9	4/5
	10	1/2	3/5	7/10	7/10	4/5
	15	8/15	3/5	2/3	11/15	11/15
	20	1/2	11/20	3/5	7/10	3/4
$N_1 = 6$	$N_2 =$ 7	23/42	4/7	29/42	5/7	5/6
	8	1/2	7/12	2/3	3/4	3/4
	9	1/2	5/9	2/3	13/18	7/9
	10	1/2	17/30	19/30	7/10	11/15
	12	1/2	7/12	7/12	2/3	3/4
	18	4/9	5/9	11/18	2/3	13/18
	24	11/24	1/2	7/12	5/8	2/3

Table 17 (CONTINUED)

One-Sided Test:		$p = .90$	.95	.975	.99	.995
Two-Sided Test:		$p = .80$	.90	.95	.98	.99
$N_1 = 7$	$N_2 = 8$	27/56	33/56	5/8	41/56	3/4
	9	31/63	5/9	40/63	5/7	47/63
	10	33/70	39/70	43/70	7/10	5/7
	14	3/7	1/2	4/7	9/14	5/7
	28	3/7	13/28	15/28	17/28	9/14
$N_1 = 8$	$N_2 = 9$	4/9	13/24	5/8	2/3	3/4
	10	19/40	21/40	23/40	27/40	7/10
	12	11/24	1/2	7/12	5/8	2/3
	16	7/16	1/2	9/16	5/8	5/8
	32	13/32	7/16	1/2	9/16	19/32
$N_1 = 9$	$N_2 = 10$	7/15	1/2	26/45	2/3	31/45
	12	4/9	1/2	5/9	11/18	2/3
	15	19/45	22/45	8/15	3/5	29/45
	18	7/18	4/9	1/2	5/9	11/18
	36	13/36	5/12	17/36	19/36	5/9
$N_1 = 10$	$N_2 = 15$	2/5	7/15	1/2	17/30	19/30
	20	2/5	9/20	1/2	11/20	3/5
	40	7/20	2/5	9/20	1/2	
$N_1 = 12$	$N_2 = 15$	23/60	9/20	1/2	11/20	7/12
	16	3/8	7/16	23/48	13/24	7/12
	18	13/36	5/12	17/36	19/36	5/9
	20	11/30	5/12	7/15	31/60	17/30
$N_1 = 15$	$N_2 = 20$	7/20	2/5	13/30	29/60	31/60
$N_1 = 16$	$N_2 = 20$	27/80	31/80	17/40	19/40	41/80
Large-sample approximation		$1.07\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$	$1.22\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$	$1.36\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$	$1.52\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$	$1.63\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$

SOURCE. Adapted from Massey (1952).

[a] The entries in this table are selected quantities w_p of the Smirnov test statistic T for two samples, defined by Equations (6.2.1), (6.2.2), and (6.2.3). To enter the table let N_1 be the smaller sample size and let N_2 be the larger sample size. Reject H_0 at the level α if T exceeds $w_{1-\alpha}$ as given in the table. If n and m are not covered by this table, use the large sample approximation given at the end of the table.

Table A.8 Quantiles of the Mann–Whitney test statistic

n_1	p	$n_2=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	.005	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
2	.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	2	2
	.025	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3
	.05	0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3	4	4	4	4	5	5	5
	.10	0	1	1	2	2	2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	7	7	8	8
	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
	.005	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4
3	.01	0	0	0	0	0	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	6
	.025	0	0	0	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9
	.05	0	1	1	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	12
	.10	1	2	2	3	4	5	6	6	7	8	9	10	11	11	12	13	14	15	16
	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	4
	.005	0	0	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	6	7	7	8	9
4	.01	0	0	0	1	2	2	3	4	4	5	6	6	7	9	8	9	10	10	11
	.025	0	0	1	2	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	12	12	13	14	15
	.05	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	18	19
	.10	1	2	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	16	17	18	19	21	22	23

Source: Adapted from L. R. Verdooren, "Extended Tables of Critical Values for Wilcoxon's Test Statistic," *Biometrika*, 50 (1963), 177–186; used by permission of the Biometrika Trustees. The adaptation is due to W. J. Conover, *Practical Nonparametric Statistics*, New York: Wiley, 1971, 384–388.

TABLE A.8 (CONTINUE)

n_1	p	$n_2=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	.001	0	0	0	0	0	0	1	2	2	3	3	4	4	5	6	6	7	8	8
	.005	0	0	0	1	2	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14
5	.01	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	.025	0	1	2	3	4	6	7	8	9	10	12	13	14	15	16	18	19	20	21
	.05	1	2	3	5	6	7	9	10	12	13	14	16	17	19	20	21	23	24	26
	.10	2	3	5	6	8	9	11	13	14	16	18	19	21	23	24	26	28	29	31
	.001	0	0	0	0	0	0	2	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	.005	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	16	17	18	19
6	.01	0	0	2	3	4	5	7	8	9	10	12	13	14	16	17	19	20	21	23
	.025	0	2	3	4	6	7	9	11	12	14	15	17	18	20	22	23	25	26	28
	.05	1	3	4	6	8	9	11	13	15	17	18	20	22	24	26	27	29	31	33
	.10	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	35	37	39
	.001	0	0	0	0	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17
	.005	0	0	1	2	4	5	7	8	10	11	13	14	16	17	19	20	22	23	25
7	.01	0	1	2	4	5	7	8	10	12	13	15	17	18	20	22	24	25	27	29
	.025	0	2	4	6	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35
	.05	1	3	5	7	9	12	14	16	18	20	22	25	27	29	31	34	36	38	40
	.10	2	5	7	9	12	14	17	19	22	24	27	29	32	34	37	39	42	44	47
	.001	0	0	0	1	2	3	5	6	7	9	10	12	13	15	16	18	19	21	22
	.005	0	0	2	3	5	7	8	10	12	14	16	18	19	21	23	25	27	29	31
8	.01	0	1	3	5	7	8	10	12	14	16	18	21	23	25	27	29	31	33	35
	.025	1	3	5	7	9	11	14	16	18	20	23	25	27	30	32	35	37	39	42
	.05	2	4	6	9	11	14	16	19	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	48
	.10	3	6	8	11	14	17	20	23	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55

(MKT 461)

TABLE A.8 (CONTINUE)

n_1	p	$n_2=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	.001	0	0	0	2	3	4	6	8	9	11	13	15	16	18	20	22	24	26	27
	.005	0	1	2	4	6	8	10	12	14	17	19	21	23	25	28	30	32	34	37
9	.01	0	2	4	6	8	10	12	15	17	19	22	24	27	29	32	34	37	39	41
	.025	1	3	5	8	11	13	16	18	21	24	27	29	32	35	38	40	43	46	49
	.05	2	5	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55
	.10	3	6	10	13	16	19	23	26	29	32	36	39	42	46	49	53	56	59	63
	.001	0	0	1	2	4	6	7	9	11	13	15	18	20	22	24	26	28	30	33
	.005	0	1	3	5	7	10	12	14	17	19	22	25	27	30	32	35	38	40	43
10	.01	0	2	4	7	9	12	14	17	20	23	25	28	31	34	37	39	42	45	48
	.025	1	4	6	9	12	15	18	21	24	27	30	34	37	40	43	46	49	53	56
	.05	2	5	8	12	15	18	21	25	28	32	35	38	42	45	49	52	56	59	63
	.10	4	7	11	14	18	22	25	29	33	37	40	44	48	52	55	59	63	67	71
	.001	0	0	1	3	5	7	9	11	13	16	18	21	23	25	28	30	33	35	38
	.005	0	1	3	6	8	11	14	17	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49
11	.01	0	2	5	8	10	13	16	19	23	26	29	32	35	38	42	45	48	51	54
	.025	1	4	7	10	14	17	20	24	27	31	34	38	41	45	48	52	56	59	63
	.05	2	6	9	13	17	20	24	28	32	35	39	43	47	51	55	58	62	66	70
	.10	4	8	12	16	20	24	28	32	37	41	45	49	53	58	62	66	70	74	79
	.001	0	0	1	3	5	8	10	13	15	18	21	24	26	29	32	35	38	41	43
	.005	0	2	4	7	10	13	16	19	22	25	28	32	35	38	42	45	48	52	55
12	.01	0	3	6	9	12	15	18	22	25	29	32	36	39	43	47	50	54	57	61
	.025	2	5	8	12	15	19	23	27	30	34	38	42	46	50	54	58	62	66	70
	.05	3	6	10	14	18	22	27	31	35	39	43	48	52	56	61	65	69	73	78
	.10	5	9	13	18	22	27	31	36	40	45	50	54	59	64	68	73	78	82	87

(MK1 461)

TABLE A.8 (CONTINUE)

n_1	p	$n_2=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	.001	0	0	2	4	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	43	46	49
	.005	0	2	4	8	11	14	18	21	25	28	32	35	39	43	46	50	54	58	61
13	.01	1	3	6	10	13	17	21	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68
	.025	2	5	9	13	17	21	25	29	34	38	42	46	51	55	60	64	68	73	77
	.05	3	7	11	16	20	25	29	34	38	43	48	52	57	62	66	71	76	81	85
	.10	5	10	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	69	75	80	85	90	95
	.001	0	0	2	4	7	10	13	16	20	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55
	.005	0	2	5	8	12	16	19	23	27	31	35	39	43	47	51	55	59	64	68
14	.01	1	3	7	11	14	18	23	27	31	35	39	44	48	52	57	61	66	70	74
	.025	2	6	10	14	18	23	27	32	37	41	46	51	56	60	65	70	75	79	84
	.05	4	8	12	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72	78	83	88	93
	.10	5	11	16	21	26	32	37	42	48	53	59	64	70	75	81	86	92	98	103
	.001	0	0	2	5	8	11	15	18	22	25	29	33	37	41	44	48	52	56	60
	.005	0	3	6	9	13	17	21	25	30	34	38	43	47	52	56	61	65	70	74
15	.01	1	4	8	12	16	20	25	29	34	38	43	48	52	57	62	67	71	76	81
	.025	2	6	11	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	71	76	81	86	91
	.05	4	8	13	19	24	29	34	40	45	51	56	62	67	73	78	84	89	95	101
	.10	6	11	17	23	28	34	40	46	52	58	64	69	75	81	87	93	99	105	111
	.001	0	0	3	6	9	12	16	20	24	28	32	36	40	44	49	53	57	61	66
	.005	0	3	6	10	14	19	23	28	32	37	42	46	51	56	61	66	71	75	80
16	.01	1	4	8	13	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72	77	83	88
	.025	2	7	12	16	22	27	32	38	43	48	54	60	65	71	76	82	87	93	99
	.05	4	9	15	20	26	31	37	43	49	55	61	66	72	78	84	90	96	102	108
	.10	6	12	18	24	30	37	43	49	55	62	68	75	81	87	94	100	107	113	120

(MKT461)

TABLE A.8 (CONTINUE)

n_1	p	$n_2=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
17	.001	0	1	3	6	10	14	18	22	26	30	35	39	44	48	53	58	62	67	71
	.005	0	3	7	11	16	20	25	30	35	40	45	50	55	61	66	71	76	82	87
	.01	1	5	9	14	19	24	29	34	39	45	50	56	61	67	72	78	83	89	94
	.025	3	7	12	18	23	29	35	40	46	52	58	64	70	76	82	88	94	100	106
	.05	4	10	16	21	27	34	40	46	52	58	65	71	78	84	90	97	103	110	116
	.10	7	13	19	26	32	39	46	53	59	66	73	80	86	93	100	107	114	121	128
18	.001	0	1	4	7	11	15	19	24	28	33	38	43	47	52	57	62	67	72	77
	.005	0	3	7	12	17	22	27	32	38	43	48	54	59	65	71	76	82	88	93
	.01	1	5	10	15	20	25	31	37	42	48	54	60	66	71	77	83	89	95	101
	.025	3	8	13	19	25	31	37	43	49	56	62	68	75	81	87	94	100	107	113
	.05	5	10	17	23	29	36	42	49	56	62	69	76	83	89	96	103	110	117	124
	.10	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	78	85	92	99	107	114	121	129	136
19	.001	0	1	4	8	12	16	21	26	30	35	41	46	51	56	61	67	72	78	83
	.005	1	4	8	13	18	23	29	34	40	46	52	58	64	70	75	82	88	94	100
	.01	2	5	10	16	21	27	33	39	45	51	57	64	70	76	83	89	95	102	108
	.025	3	8	14	20	26	33	39	46	53	59	66	73	79	86	93	100	107	114	120
	.05	5	11	18	24	31	38	45	52	59	66	73	81	88	95	102	110	117	124	131
	.10	8	15	22	29	37	44	52	59	67	74	82	90	98	105	113	121	129	136	144
20	.001	0	1	4	8	13	17	22	27	33	38	43	49	55	60	66	71	77	83	89
	.005	1	4	9	14	19	25	31	37	43	49	55	61	68	74	80	87	93	100	106
	.01	2	6	11	17	23	29	35	41	48	54	61	68	74	81	88	94	101	108	115
	.025	3	9	15	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	99	106	113	120	128
	.05	5	12	19	26	33	40	48	55	63	70	78	85	93	101	108	116	124	131	139
	.10	8	16	23	31	39	47	55	63	71	79	87	95	103	111	120	128	136	144	152

Table 10 QUANTILES OF THE SPEARMAN TEST STATISTIC[a]

n	$p = .900$	.950	.975	.990	.995	.999
4	.8000	.8000				
5	.7000	.8000	.9000	.9000		
6	.6000	.7714	.8286	.8857	.9429	
7	.5357	.6786	.7450	.8571	.8929	.9643
8	.5000	.6190	.7143	.8095	.8571	.9286
9	.4667	.5833	.6833	.7667	.8167	.9000
10	.4424	.5515	.6364	.7333	.7818	.8667
11	.4182	.5273	.6091	.7000	.7455	.8364
12	.3986	.4965	.5804	.6713	.7273	.8182
13	.3791	.4780	.5549	.6429	.6978	.7912
14	.3626	.4593	.5341	.6220	.6747	.7670
15	.3500	.4429	.5179	.6000	.6536	.7464
16	.3382	.4265	.5000	.5824	.6324	.7265
17	.3260	.4118	.4853	.5637	.6152	.7083
18	.3148	.3994	.4716	.5480	.5975	.6904
19	.3070	.3895	.4579	.5333	.5825	.6737
20	.2977	.3789	.4451	.5203	.5684	.6586
21	.2909	.3688	.4351	.5078	.5545	.6455
22	.2829	.3597	.4241	.4963	.5426	.6318
23	.2767	.3518	.4150	.4852	.5306	.6186
24	.2704	.3435	.4061	.4748	.5200	.6070
25	.2646	.3362	.3977	.4654	.5100	.5962
26	.2588	.3299	.3894	.4564	.5002	.5856
27	.2540	.3236	.3822	.4481	.4915	.5757
28	.2490	.3175	.3749	.4401	.4828	.5660
29	.2443	.3113	.3685	.4320	.4744	.5567
30	.2400	.3059	.3620	.4251	.4665	.5479

For n greater than 30 the approximate quantiles of ρ may be obtained from

$$w_p \cong \frac{x_p}{\sqrt{n-1}}$$

where x_p is the p quantile of a standard normal random variable obtained from Table 1.

SOURCE. Adapted from Glasser and Winter (1961), with corrections.

[a] The entries in this table are selected quantiles w_p of the Spearman rank correlation coefficient ρ when used as a test statistic. The lower quantiles may be obtained from the equation

$$w_p = -w_{1-p}$$

The critical region corresponds to values of ρ smaller than (or greater than) but not including the appropriate quantile. Note that the median of ρ is 0.