

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1995/96

Oktober/November 1995

MKT 448 - MEKANIK BENDALIR

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi EMPAT muka surat sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (i) Suatu bendalir sempurna boleh ditakrifkan melalui ciri-ciri tertentu. Nyatakan ciri-ciri ini.

(ii) Beri takrif aliran tak berputar.

(iii) Beri satu contoh dimana aliran berputar secara tempatan tetapi tidak secara global.

(iv) Persamaan Euler untuk bendalir sempurna boleh ditulis seperti:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\nabla \wedge \vec{u}) \wedge \vec{u} = -\nabla (p/\rho + \vec{u}^2/2 + \chi)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0$$

p sebagai tekanan, ρ ketumpatan, χ potensi graviti.

Tunjukkan bahawa jika aliran bendalir sempurna mantap dan tak berputar, maka

$$p/\rho + \vec{u}^2/2 + \chi = \text{malar}$$

pada keseluruhan medan aliran.

(100 markah)

...2/-

2. (i) Satu model vorteks yang mudah boleh ditulis seperti:

$$u_{\theta} = \begin{cases} \Omega r, & r < a \\ \Omega a^2/r, & r > a \end{cases}$$

$$u_r = u_z = 0$$

di mana Ω adalah halaju sudutan yang seragam. Lakarkan gambarajah (u_{θ}, r) dan (ω, r) , dengan ω sebagai vortisiti.

ii) Dapatkan tekanan pada $r = 0$ dan $r = \infty$. Bagaimanakah ini boleh dikaitkan dengan tekanan rendah yang terdapat dalam tornado?

iii) Menggunakan model yang sama, terangkan mengapa dalam satu cawan teh yang dikacau, terdapat satu lengkung dipertengahan. Hujah anda mesti berdasarkan pengiraan yang dibuat. (100 markah)

3. i) Terangkan apakah yang dimaksudkan dengan lapisan sempadan.

ii) Untuk air, kelikatan kinematik adalah $10^{-2} \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$. Dengan mengambil kepanjangan cirian dan halaju tipikal yang sesuai, dapatkan nombor Reynold untuk satu cawan teh yang telah dikacau.

iii) Halaju bendalir hasil dari satu sempadan tegar yang digerakkan secara impulsif boleh diperihalkan melalui hubungan:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

dengan syarat awal:

$$u(y, 0) = 0, \quad y > 0$$

dan syarat sempadan:

$$u(0, t) = U, \quad t > 0$$

$$u(\infty, t) = 0, \quad t > 0.$$

Anggapkan bahawa penyelesaian boleh ditulis seperti

$$u = f(\eta), \quad \eta = y/\sqrt{\nu t}$$

Dapatkan satu penyelesaian eksplisit.

(100 markah)

...3/-

4.(i) Pertimbangkan dalam $y \geq 0$ aliran dua dimensi

$$u = \alpha x f'(\eta), \quad v = -(\nu \alpha)^{1/2} f(\eta),$$

dimana

$$\eta = (\alpha/\nu)^{1/2} y.$$

Tunjukkan bahawa ini adalah satu penyelesaian tepat persamaan Navier Stokes yang

(a) memenuhi syarat sempadan pada sempadan tegar $y = 0$ berkeadaan diam, dan

(b) mengambil bentuk asimptotik $u \sim \alpha x, v \sim -\alpha y$ jauh dari sempadan jika

$$f''' + f f'' + 1 - (f')^2 = 0'$$

dengan

$$f(0) = f'(0) = 0, \quad f'(\infty) = 1.$$

ii) Pertimbangkan satu satah condong bersudut α dengan garis mengufuk. Bendalir berlapis mengalir turun satah ini. Untuk lapisan terbawah, ketebalan lapisan ialah $h_1 = \text{malar}$, ketumpatan ialah ρ_1 , kelikatan ialah μ_1 . Nilai-nilai sepadan untuk lapisan teratas ialah masing-masing; $h_2 = \text{malar}$, ρ_2, μ_2 . Dapatkan taburan halaju untuk aliran lapisan terbawah.

(100 markah)

5. (i) Bermula dengan persamaan Navier-Stokes dan menggunakan beberapa idea utama dalam teori lapisan sempadan, dapatkan persamaan-persamaan untuk satu lapisan sempadan mantap bersebelahan satu dinding tegar $y = 0$:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

(ii) Bendalir likat memenuhi rantau atas satu satah sempadan tegar $z = 0$ yang berputar dengan halaju putaran Ω . Sahkan bahawa terdapat satu penyelesaian keserupaan kepada persamaan Navier-Stokes berbentuk

$$u_r = \Omega r f(\xi), \quad u_\theta = \Omega r g(\xi), \quad u_z = (\nu \Omega)^{1/2} h(\xi)$$

dengan

$$\xi = z(\Omega/\nu)^{1/2},$$

...4/-

jika

$$f^2 + hf' - g^2 = f'', \quad 2fg + hg' = g'', \quad 2f + h' = 0,$$

Syarat-syarat sempadan ialah

$$f = 0, \quad g = 1, \quad h = 0 \quad \text{pada} \quad \xi = 0$$

$$f \rightarrow 0, \quad g \rightarrow 0 \quad \text{pada} \quad \xi \rightarrow \infty.$$

(100 markah)

ooo0ooo