

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1995/96

Mac/April 1996

MKT 341 / MAT 282 - Pengiraan Kejuruteraan I

Masa : [3 jam]

---

Jawab mana-mana **EMPAT (4)** soalan.

1. (a) Pertimbangkan sistem

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 2.4 \\ 5.6 \\ -8.3 \end{pmatrix}.$$

Gunakan kaedah Gauss-Seidal untuk mendapatkan penyelesaian. Mulakan dengan  $x^0 = (1, 1, -1)$  dan jalankan 3 lelaran dengan 6 digit atau lebih. Adakah lelaran ini menumpu? Jelaskan. Bagi lelaran ketiga  $x^3$ , cari sisa dan berikan anggaran ralat.

- (b) Selesaikan sistem

$$\begin{pmatrix} 5.11 & 3.01 & -1.17 \\ 2.18 & 4.08 & 1.09 \\ -0.53 & 0.90 & 1.99 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} -0.24 \\ 0.28 \\ 2.55 \end{pmatrix}$$

dengan Penghapusan Gauss dan pemangsaan, dengan 6 digit atau lebih. Hitungkan sisanya dan bincangkan kejituan.

- (c) Pertimbangkan sistem  $Ax = b$ . Biarkan  $r = b - Ax^*$ , dan  $e = x - x^*$ , di mana  $x$  ialah penyelesaian tepat. Tunjukkan bahawa  $r = Ae$ , dan  $e = A^{-1}r$ . Bincangkan kepentingan bagi persamaan di antara  $r$  dan  $e$  di atas.

(100/100)  
.../2

2. (a) Diberi fungsi berikut

| $x$ | $f(x)$ |
|-----|--------|
| 0.4 | 1.0256 |
| 0.6 | 1.1296 |
| 0.8 | 1.4096 |
| 1.0 | 2.0000 |
| 1.2 | 3.0736 |
| 1.4 | 4.8416 |

- (i) Bentukkan jadual beza sehingga  $\Delta^4 f$ .
- (ii) Dapatkan  $f(0.55)$  dengan rumus Newton Ke Depan darjah 3 dan berikan anggaran ralatnya.
- (iii) Dapatkan  $f(1.28)$  dengan rumus Newton Ke Belakang darjah 3 dan berikan anggaran ralatnya.
- (iv) Cari  $x$  supaya  $f(x) = 1.9037$ .
- (v) Gunakan rumus Lagrange darjah 3 untuk mencari  $f(0.55)$  dan  $f(1.28)$ . Adakah jawapan di sini sama dengan jawapan di bahagian (ii), (iii) di atas masing-masing? Huraikan.

(b) Terbitkan rumus Newton Ke Depan.

(100/100)

3. Pertimbangkan fungsi berikut

| $x$ | $f(x)$  |
|-----|---------|
| 0.1 | 3.00254 |
| 0.2 | 3.01034 |
| 0.3 | 3.02367 |
| 0.4 | 3.04281 |
| 0.5 | 3.06805 |
| 0.6 | 3.09972 |
| 0.7 | 3.13814 |

(a) Bentukkan jadual beza sehingga  $\Delta^4 f$ .

.../3

- (b) Cari  $f'(0.2)$  dengan rumus Newton darjah
- (i) Satu      (ii) dua      (iii) tiga.

Bagi setiap kes, berikan anggaran ralat.  
Cari juga  $f''(0.2)$ .

- (c) Nilaikan  $\int_{0.1}^{0.7} f(x) dx$  dengan petua
- (i) Trapezium
- (ii) Simpson  $\frac{1}{3}$
- (iii) Simpson  $\frac{3}{8}$ .

- (d) Terbitkan Petua Simpson  $\frac{1}{3}$ .

(100/100)

4. Pertimbangkan persamaan perbezaan

$$y' = -2xy + 3x, \quad y(0) = \frac{5}{2}.$$

- (a) Gunakan kaedah Runge-Kutta peringkat 4 untuk mencari  $y(0.1)$  dengan  $h = 0.1$ . Berikan anggaran ralatnya.
- (b) Gunakan kaedah Euler-Diubahsuai untuk mencari  $y(0.05)$  dan  $y(0.1)$  dengan  $h = 0.05$  bagi setiap kes.  
Apakah nilai  $h$  yang sesuai supaya ralatnya tidak melebihi  $10^{-4}$ ?

(100/100)

.../4

5. (a) Tunjukkan bahawa  $f(x) = e^x - x^2 - 2$  mempunyai sifar di antara  $x = 1$  dan  $x = 2$ . Cari sifar ini melalui kaedah Newton mulai dengan  $x_0 = 1$ . Jalankan 3 lelaran dengan 6 digit atau lebih. Adakah lelaran ini menumpu secara kuadratik? Huraikan.
- (b) Andaikan  $f(x_0) = 0, f'(x_0) \neq 0$ , buktikan bahawa kaedah Newton  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$  menumpu secara kuadratik.
- (c) Bagi sistem berikut

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1.5 & 5 & 0.5 \\ -0.5 & 0 & -3 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 0.10 \\ -2.45 \\ -2.95 \end{pmatrix}$$

huraikan matriks  $A$  kepada bentuk  $A = LU$ , kemudian selesaikan sistem di atas. Adakah jawapan anda tepat? Huraikan.

(100/100)

- oooOOooo -

Rumus-Rumus

$$1. \quad x_i^{(m+1)} = \frac{b_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m+1)} - \sum_{j=i+1}^n \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m)}$$

$m = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$2. \quad P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_0 + \binom{s}{2} \Delta^2 f_0 + \dots + \binom{s}{n} \Delta^n f_0 + \binom{s}{n+1} h^{n+1} f^{(n+1)}(\xi)$$

$$3. \quad P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_{-1} + \binom{s+1}{2} \Delta^2 f_{-2} + \binom{s+2}{3} \Delta^3 f_{-3} + \binom{s+3}{4} \Delta^4 f_{-4} + \dots$$

$$4. \quad P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_0 + \binom{s}{2} \Delta^2 f_{-1} + \binom{s+1}{3} \Delta^3 f_{-1} + \binom{s+1}{4} \Delta^4 f_{-2} + \dots$$

$$5. \quad L_n(x) = \sum_{i=0}^n f_i l_i(x) \text{ dengan } l_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \left( \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right), \quad 0 \leq i \leq n.$$

$$6. \quad f'(x_0) = \frac{1}{h} (\Delta f_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 f_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 f_0 + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} \Delta^n f_0) + \frac{(-1)^n}{n+1} h^n f^{(n+1)}(\xi)$$

$$7. \quad Q = F(h) + Ch^n + O(h^m)$$

$$Q \approx \frac{r^n F(h) - F(h_b)}{r^n - 1}, \quad h_b = rh \quad (r > 1)$$

8. Ralat sejagat petua trapezium

$$= -\frac{1}{12} (b - a) h^2 f''(\xi)$$

$$9. \quad \int_a^b f(x) dx = \frac{1}{3} h (f_1 + 4f_2 + 2f_3 + 4f_4 + 2f_5 + \dots + 2f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{180} h^4 f^{(4)}(\xi)$$

$$10. \quad \int_a^b f(x) dx = \frac{3}{8} h (f_1 + 3f_2 + 3f_3 + 2f_4 + 3f_5 + 3f_6 + \dots + 2f_{n-2} + 3f_{n-1} + 3f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{80} h^4 f^{(4)}(\xi)$$

$$11. \quad y_{n+1} = y_n + (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)/6.0$$

$$K_1 = hf(x_n, y_n)$$

$$K_2 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}K_1)$$

$$K_3 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}K_2)$$

$$K_4 = hf(x_n + h, y_n + K_3)$$