

Universiti Sains Malaysia  
Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1987/88

MKT262 - Tinjauan Sampel & Teknik Pensampelan

Tarikh: 3 November 1987

Masa: 9.00 pagi - 12.00 t/hari  
(3 jam)

Jawab mana-mana EMPAT soalan; semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Dengan menggunakan contoh sendiri, terangkan sebutan-sebutan berikut yang berkaitan dengan suatu tinjauan sampel:

- (i) unsur
- (ii) populasi
- (iii) unit pensampelan
- (iv) kerangka
- (v) sampel.

(20/100)

(b) Berikan kebaikan dan keburukan kaedah pengutipan data berikut:

- (i) temuduga perseorangan
- (ii) temuduga telefon
- (iii) daftar pertanyaan yang ditadbirkan diri sendiri.

(30/100)

(c) Pihak Hal Ehwal Pelajar ingin menganggarkan kadaran pelajar di USM yang menyokong Kod Pakaian Baru yang baru-baru ini diumumkan. Bincangkan kebaikan dan keburukan untuk menggunakan:

- (i) pensampelan rawak mudah,
- (ii) pensampelan rawak berstratum,
- (iii) pensampelan berkelompok,
- (iv) pensampelan bersistem

untuk mendapati maklumat dikehendaki. Apakah rekabentuk pensampelan yang anda akan mengusulkan? Mengapa?

(50/100)  
.../2

2. (a) Katakan  $y_1, y_2, \dots, y_n$  adalah suatu sampel rawak mudah tanpa pengembalian daripada suatu populasi yang mempunyai  $N$  unsur. Andaikan min populasi dan varians populasi masing-masing adalah  $\mu$  dan  $\sigma^2$ .

Katakan  $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ .

Tunjukkan

(i)  $E(\bar{y}) = \mu$

(ii)  $\text{Kov}(y_i, y_j) = -\frac{1}{N-1} \sigma^2$ , dan

(iii)  $\text{Var}(\bar{y}) = \frac{\sigma^2}{n} \left( \frac{N-n}{N-1} \right)$

(40/100)

(b) Dengan menggunakan suatu jadual nombor rawak, misalnya, daripada sifir statistik Cambridge, huraikan bagaimana anda akan memilih suatu sampel rawak mudah tanpa pengembalian daripada suatu populasi dengan  $N = 450$  unsur.

(20/100)

(c) Andaikan kita berminat untuk mendapat min bilangan lawatan ke rumah yang dibuat oleh doktor-doktor di Pulau Pinang semasa tahun 1986. Suatu sampel rawak mudah dengan  $n = 20$  doktor dipilih dan hasil-hasil didapati ditunjukkan di bawah:

<u>Doktor</u>	<u>Bilangan Lawatan</u>	<u>Doktor</u>	<u>Bilangan Lawatan</u>
1	5	11	0
2	0	12	5
3	1	13	6
4	4	14	4
5	7	15	8
6	0	16	0
7	12	17	7
8	0	18	0
9	0	19	37
10	22	20	0

(i) Anggarkan min bilangan lawatan ke rumah yang dibuat oleh doktor-doktor di Pulau Pinang semasa tahun 1986. Berikan suatu batas pada ralat penganggaran.

(ii) Jika jumlah bilangan doktor di Pulau Pinang adalah  $N = 500$ , anggarkan jumlah bilangan lawatan ke rumah yang dibuat oleh doktor-doktor di Pulau Pinang bagi tahun 1986. Berikan suatu batas pada ralat penganggaran.

(40/100)

3. (a) Pertimbangkan suatu populasi dengan L stratum. Andaikan bilangan unsur dalam stratum ke-i adalah  $N_i$  dan varians populasi bagi stratum ke-i adalah  $\sigma_i^2$ ,  $i = 1, 2, \dots, L$ . Andaikan pensampelan rawak berstratum dijalankan dengan  $n_i$  sebagai saiz sampel daripada stratum ke-i,  $i = 1, 2, \dots, L$ . Katakan fungsi kos yang terlibat mempunyai bentuk  $c_0 + \sum_{i=1}^L c_i n_i$ , di mana  $c_0$  mewakili kos "overhead" dan  $c_i$  kos per unsur tersampel daripada stratum ke-i,  $i = 1, 2, \dots, L$ . Tunjukkan varians bagi penganggar  $\bar{y}_{st}$  adalah minimum apabila  $n_i$  berkadar dengan  $N_i \sigma_i / \sqrt{c_i}$ .

(40/100)

- (b) Seorang pemelihara tanaman mudah ingin menganggarkan min tinggi anak-anak pokok di dalam sebuah padang besar yang dibahagikan ke dalam 50 plot yang berubah sedikit dalam saiz-saiz mereka. Dia memilih suatu sampel 10 plot dan menyukatkan tingginya semua anak pokok di dalam setiap plot terpilih. Data adalah seperti berikut:

Plot	Bilangan anak pokok	Tingginya anak pokok (inci)
1	5	12, 11, 12, 10, 13
2	6	10, 9, 7, 9, 8, 10
3	6	6, 5, 7, 5, 6, 4
4	5	7, 8, 7, 7, 6
5	5	10, 11, 13, 12, 12
6	5	14, 15, 13, 12, 13
7	5	6, 7, 6, 8, 7
8	6	9, 10, 8, 9, 9, 10
9	6	7, 10, 8, 9, 9, 10
10	6	12, 11, 12, 13, 12, 12

- (i) Anggarkan jumlah tinggi anak pokok di dalam padang itu, dan berikan suatu batas pada ralat penganggaran.
- (ii) Anggarkan orang pemelihara tanaman mudah itu mengetahui bahawa terdapat secara hampiran 300 anak pokok di dalam padang itu. Gunakan maklumat tambahan ini untuk menganggarkan jumlah tinggi anak pokok, dan berikan suatu batas pada ralat penganggaran.

(60/100)

4. (a) Di bawah adalah suatu populasi kecil dengan  $y$  dan  $x$  seperti berikut:

$u_i$	1	2	3	4	5
$y_i$	6	3	4	8	4
$x_i$	4	4	6	8	3

- (b) Senaraikan semua sampel yang mungkin dengan  $n = 2$  dan hitungkan anggaran-anggaran nisbah bagi  $\mu_y$  untuk setiap sampel. Adakah penganggar  $\hat{\mu}_y$  saksama di sini?
- (c) Andaikan unsur 2 dan 4 dipilih daripada populasi di atas melalui suatu pensampelan rawak mudah tanpa pengembalian yang bersaiz dua. Hitungkan anggaran regresi bagi  $\mu_y$ .
- (d) Biasanya penganggar-penganggar regresi dan nisbah dipertimbangkan sebagai alternatif tersaur. Apakah syarat-syarat, jika ada, yang akan menjadikan satu penganggar lebih baik daripada penganggar yang lain itu?

Gunakan penganggar-penganggar bagi  $\mu_y$  untuk menerangkan perbincangan anda.

(100/100)

5. (a) Takrifkan suatu sampel bersistem satu-dalam-k. Apakah hubungannya dengan pensampelan berkelompok dan pensampelan rawak berstratum? Bincangkan tiga jenis populasi berikut dengan satu contoh bagi setiap populasi:

- (i) populasi rawak,
- (ii) populasi bertertib,
- (iii) populasi berkalaan

Bagi populasi yang mana pensampelan bersistem adalah setara dengan pensampelan rawak mudah?

(40/100)

- (b) Pegawai-pegawai muzium USM berminat untuk menganggarkan jumlah bilangan orang yang melawat muzium USM semasa suatu tempoh 180 hari apabila suatu koleksi barang kuno mahal dipamerkan. Kerana terlalu mahal untuk mendapatkan bilangan orang yang melawat muzium USM setiap hari, pegawai-pegawai tersebut memutuskan untuk mendapat data ini setiap hari ke-sepuluh. Maklumat daripada sampel bersistem 1-dalam-10 ini diringkaskan dalam jadual berikut:

.../5

<u>Hari</u>	<u>Bilangan orang yang melawat muzium</u>
3	160
13	350
23	225
⋮	⋮
173	290
<hr/>	
18	18
$\sum_{i=1} y_i = 4,868$	$\sum_{i=1} y_i^2 = 1,321,450.$

Anggarkan jumlah bilangan orang yang melawat muzium USM semasa tempoh dinyatakan. Berikan suatu batas pada ralat penganggaran.

(40/100)

- (c) Takrifkan suatu sampel berkelompok dua-tahap. Berikan dua contoh yang mana pensampelan berkelompok dua-tahap adalah sesuai.

(20/100)

- ooo0ooo -

Tatatanda seperti di dalam kuliah.

### I. Sampel Rawak Mudah

$$(a) \quad (i) \quad \bar{y} = \Sigma y_i / n$$

$$\hat{V}(\bar{y}) = \frac{s^2}{n} \left( \frac{N-n}{N} \right)$$

$$(ii) \quad n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2}, \quad \text{di mana } D = \frac{B^2}{4}$$

$$(b) \quad (i) \quad \hat{\tau} = N\bar{y}$$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = N^2 \left( \frac{s^2}{n} \right) \left( \frac{N-n}{N} \right)$$

$$(ii) \quad n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2}, \quad \text{di mana } D = \frac{B^2}{4N^2}$$

$$(c) \quad (i) \quad \hat{p} = \Sigma y_i / n$$

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{\hat{p} \hat{q}}{n-1} \left( \frac{N-n}{N} \right)$$

$$(ii) \quad n = \frac{Npq}{(N-1)D + pq}, \quad \text{di mana } D = \frac{B^2}{4}$$

### II. Sampel Rawak Berstratum

$$(a) \quad (i) \quad \bar{y}_{st} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^L N_i \bar{y}_i$$

$$\hat{V}(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i^2 \left( \frac{N_i - n_i}{N_i} \right) \left( \frac{s_i^2}{n_i} \right)$$

$$(ii) \quad n = \frac{\sum_{i=1}^L \frac{N_i^2 \sigma_i^2}{w_i}}{N^2 D + \sum_{i=1}^L N_i \sigma_i^2}, \quad \text{di mana } D = \frac{B^2}{4}$$

.../2

(b) (i)  $\hat{\tau} = N\bar{y}_{st}$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = N^2 \hat{V}(\bar{y}_{st})$$

(ii)  $n = \frac{\sum_{i=1}^L \frac{N_i^2 \sigma_i^2}{w_i}}{N^2 D + \sum_{i=1}^L N_i \sigma_i^2}$ , di mana  $D = \frac{B^2}{4N^2}$

(c) (i)  $\hat{p}_{st} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^L N_i \hat{p}_i$

$$\hat{V}(\hat{p}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i^2 \left( \frac{N_i - n_i}{N_i} \right) \left( \frac{\hat{p}_i \hat{q}_i}{n_i - 1} \right)$$

(ii)  $n = \frac{\sum_{i=1}^L \frac{N_i^2 p_i q_i}{w_i}}{N^2 D + \sum_{i=1}^L N_i p_i q_i}$ , di mana  $D = \frac{B^2}{4}$

III. Penganggaran Nisbah & Regresi

(a) (i)  $\hat{R} = \Sigma y_i / \Sigma x_i$

$$\hat{V}(\hat{R}) = \left( \frac{N - n}{nN} \right) \left( \frac{1}{\mu_x^2} \right) \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{R}x_i)^2}{n - 1}$$

(ii)  $n = \frac{N\sigma^2}{ND + \sigma^2}$ , di mana  $D = B^2 \mu_x^2 / 4$

(b) (i)  $\hat{\tau}_y = \hat{R}\tau_x$

$$\hat{V}(\hat{\tau}_y) = \tau_x^2 \hat{V}(\hat{R})$$

(ii)  $n = \frac{N\sigma^2}{ND + \sigma^2}$ , di mana  $D = \frac{B^2}{4N^2}$

(c) (i)  $\hat{\mu}_y = \hat{R}\mu_x$

$$\hat{V}(\hat{\mu}_y) = \mu_x^2 \hat{V}(\hat{R})$$

(ii)  $n = \frac{N\sigma^2}{ND + \sigma^2}$ , di mana  $D = \frac{B^2}{4}$

(d)  $\hat{\mu}_{yL} = \bar{y} + \hat{b}(\mu_x - \bar{x})$ , di mana  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

$$\hat{V}(\hat{\mu}_{yL}) = \left(\frac{N-n}{Nn}\right) \left(\frac{1}{n-2}\right) \left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - \hat{b}^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]$$

(e)  $\hat{\mu}_{yD} = \bar{y} + (\mu_x - \bar{x}) = \mu_x + d$ , di mana  $\bar{d} = \bar{y} - \bar{x}$

$$\hat{V}(\hat{\mu}_{yD}) = \left(\frac{N-n}{Nn}\right) \frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1}$$
, di mana  $d_i = y_i - x_i$

IV. Sampel Berkelompok

(a) (i)  $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i / \sum_{i=1}^n m_i}$

$$\hat{V}(\bar{y}) = \left(\frac{N-n}{Nn \bar{M}^2}\right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}m_i)^2}{n-1}$$

(ii)  $n = \frac{N\sigma_c^2}{ND + \sigma_c^2}$ , di mana  $D = \frac{B^2 \bar{M}^2}{4}$

(b) (i)  $\hat{\tau} = M\bar{y}$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = M^2 \hat{V}(\bar{y})$$



$$(ii) \quad n = \frac{N\sigma_c^2}{ND + \sigma_c^2}, \quad \text{di mana } D = \frac{B^2}{4N^2}$$

$$(iii) \quad \hat{\tau} = N\bar{y}_t, \quad \text{di mana } \bar{y}_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = N^2 \left( \frac{N-n}{Nn} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_t)^2}{n-1}$$

$$(iv) \quad n = \frac{N\sigma_t^2}{ND + \sigma_t^2}, \quad \text{di mana } D = \frac{B^2}{4N^2}$$

$$(c) \quad (i) \quad \hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$\hat{V}(\hat{p}) = \left( \frac{N-n}{Nn \bar{M}^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \hat{p}m_i)^2}{n-1}$$

$$(ii) \quad n = \frac{N\sigma_c^2}{ND + \sigma_c^2}, \quad \text{di mana } D = \frac{B^2 \bar{M}^2}{4}$$

V. Sampel Bersistem

$$(a) \quad (i) \quad \bar{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

$$\hat{V}(\bar{y}_{sy}) = \left( \frac{N-n}{N} \right) \left( \frac{s^2}{n} \right)$$

$$(ii) \quad n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2}, \quad \text{di mana } D = \frac{B^2}{4}$$

(b) (i)  $\hat{\tau} = N\bar{y}_{sy}$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = N^2 \hat{V}(\bar{y}_{sy})$$

(ii)  $n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2}$ , di mana  $D = \frac{B^2}{4N^2}$

(c) (i)  $\hat{p}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$

$$\hat{V}(\hat{p}_{sy}) = \frac{\hat{p}_{sy} \hat{q}_{sy}}{n-1} \left( \frac{N-n}{N} \right)$$

(ii)  $n = \frac{Npq}{(N-1)D + pq}$ , di mana  $D = \frac{B^2}{4}$

VI. Sampel Berkelompok Dua-tahap

(a)  $\hat{\mu} = \left( \frac{N}{M} \right) \frac{\sum_{i=1}^n M_i \bar{y}_i}{n}$

$$\hat{V}(\hat{\mu}) = \left( \frac{N-n}{N} \right) \left( \frac{1}{nM} \right) s_b^2 + \frac{1}{nNM} \sum_{i=1}^n M_i^2 \left( \frac{M_i - m_i}{M_i} \right) \left( \frac{s_i^2}{m_i} \right)$$

di mana  $s_b^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (M_i \bar{y}_i - M\hat{\mu})^2}{n-1}$

dan  $s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{m_i - 1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$

(b)  $\hat{\tau} = M\hat{\mu}$

$$\hat{V}(\hat{\tau}) = M^2 \hat{V}(\hat{\mu})$$

$$(c) \quad \hat{\mu}_r = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^n M_i}$$

$$\hat{V}(\hat{\mu}_r) = \left(\frac{N-n}{N}\right) \left(\frac{1}{nM}\right) s_r^2 + \frac{1}{nNM} \sum_{i=1}^n M_i^2 \left(\frac{M_i - m_i}{M_i}\right) \left(\frac{s_i^2}{m_i}\right)$$

$$\text{di mana } s_r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n M_i^2 (\bar{y}_i - \hat{\mu}_r)^2}{n-1}$$

$$(d) \quad \hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \hat{p}_i}{\sum_{i=1}^n M_i}$$

$$\hat{V}(\hat{p}) = \left(\frac{N-n}{N}\right) \left(\frac{1}{nM}\right) s_r^2 + \frac{1}{nNM} \sum_{i=1}^n M_i^2 \left(\frac{M_i - m_i}{M_i}\right) \left(\frac{\hat{p}_i \hat{q}_i}{m_i - 1}\right)$$

$$\text{di mana } s_r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n M_i^2 (\hat{p}_i - \hat{p})^2}{n-1}$$

- ooo00ooo -