

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA  
Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1987/88

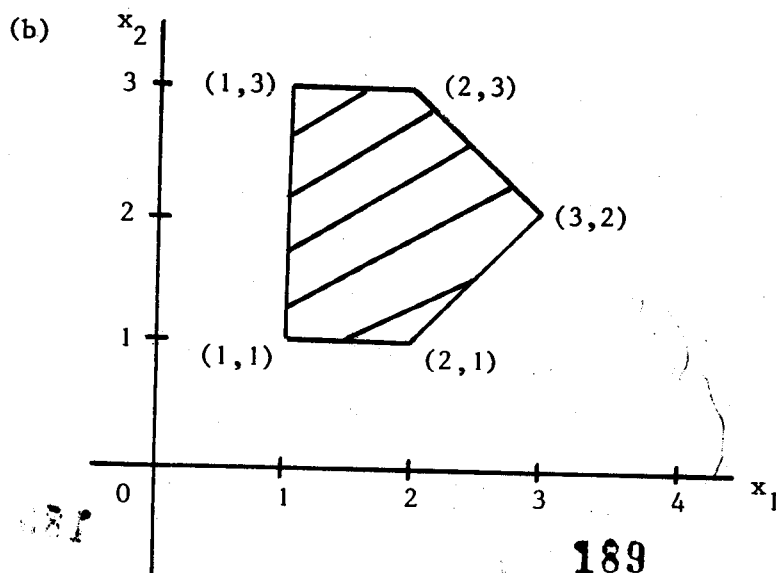
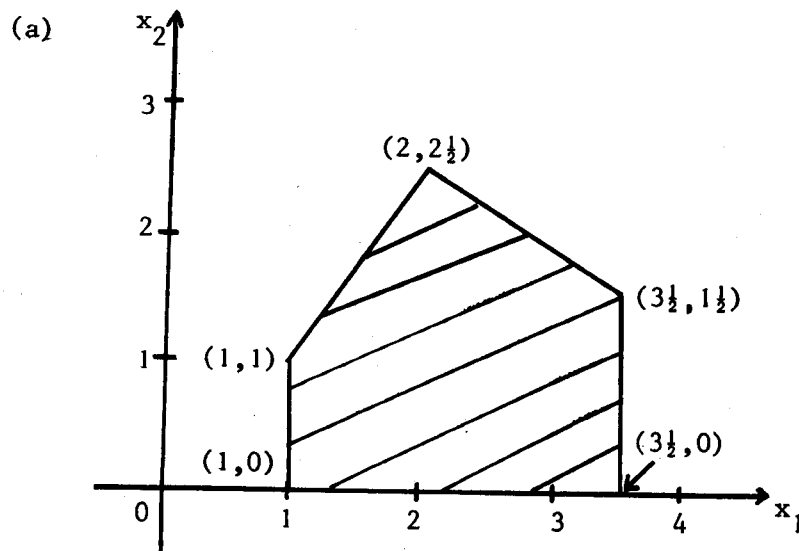
MKT251 - Teknik Pengoptimuman dalam Sains Pengurusan

Tarikh: 26 Oktober 1987

Masa: 2.15 ptg - 5.15 ptg  
( 3 jam )

Jawab sebarang LIMA soalan.

1. (i) Dapatkan sistem ketaksamaan (kekangan) untuk kawasan terlorek dalam graf di bawah:



Jika fungsi matlamat ialah maks  $z = 3x_1 + 3x_2$ , dapatkan penyelesaian optimum dan nilai fungsi matlamat optimum untuk kedua-dua (a) dan (b) di atas.

(30/100)

(ii) Selesaikan masalah ini dengan kaedah simpleks Primal.

$$\text{maks } z(x) = 6x_1 + 10x_2$$

$$\text{Terhadap } 2x_1 - 2x_2 \leq 8$$

$$3x_1 - 2x_2 \geq 3$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \text{ tak tersekat tanda.}$$

(30/100)

(iii) Diberikan sebuah tablo simpleks asal di dalam keadaan tersaur dual.

$x_1$	.....	$x_s$	.....,	$x_n$	b
$a_{11}$	.....	$a_{1s}$	.....	$a_{1n}$	$b_1$
$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$a_{r1}$	.....	$a_{rs}$	.....	$a_{rn}$	$b_r$
$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$a_{m1}$	.....	$a_{ms}$	.....	$a_{mn}$	$b_m$
$c_1$		$c_s$		$c_n$	-z

Berikan dengan lengkap syarat-syarat yang perlu diambilkira untuk melakukan lelaran simpleks dual jika  $a_{rs}$  adalah pangsinya. Tunjukkan juga bahawa tablo berikutnya juga tersaur dual, iaitu

$$\bar{c}_j = c_j - \frac{c_s a_{rj}}{a_{rs}} \geq 0 \quad \text{untuk semua } j = 1, \dots, n.$$

(40/100)

.../3

2. Pertimbangkan masalah diet yang berikut:

(i)

Nutrien	Kandungan Nutrien dalam makanan (unit/kg)			Keperluan minimum Harian (KMH) untuk Nutrien
	Sayur	Kentang	Beras	
Vitamin A	10	1	9	5
Vitamin C	10	10	10	50
Vitamin D	10	11	11	10
Kos (sen/kg)	50	100	51	

Andaikan  $x_1$ ,  $x_2$  dan  $x_3$  kuantiti sayur, kentang dan beras dalam diet seseorang, masing-masing. Biarkan  $x_4$ ,  $x_5$  dan  $x_6$  pemboleh ubah lebihan untuk Vitamin A, C dan D, masing-masing, dalam diet. Matriks B dengan vektor asas optimum  $(x_4, x_1, x_6)$  untuk masalah ini ialah

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- Dapatkan penyelesaian optimum primal dan dual untuk masalah ini.
- Tunjukkan bahawa syarat kelalaian pelengkap dipenuhi.
- Satu makanan baru (susu) boleh didapati dengan harga yang murah. Satu liter susu mengandungi 0, 10 dan 20 unit vitamin A, C dan D masing-masing. Harga seliter susu ialah 40 sen. Adakah anda mencadangkan makanan ini dimasukkan ke dalam diet seseorang? Mengapa?
- Berapakah harga tertinggi bagi seliter susu ini yang membolehkan susu dimasukkan ke dalam diet?
- Pertimbangkan masalah asal semula. Seorang pakar pemakanan mendakwa bahawa untuk seseorang ahli sukan, KMH untuk vitamin A, C dan D seharusnya ialah 5,  $(50 + 10\lambda)$  dan  $(10 + 15\lambda)$  masing-masing, dengan  $\lambda$  suatu parameter yang tidak negatif. Dapatkan  $\bar{\lambda}$ , nilai maksimum  $\lambda$  supaya B masih optimum untuk masalah ini.
- Apakah penyelesaian optimum jika  $\lambda = \bar{\lambda} + 1$ ?

(60/100)

(ii) Selesaikan masalah ini dengan teknik cabang dan batas.

$$\text{maks } z = 60x_1 + 50x_2$$

Terhadap

$$2x_1 + 2x_2 \leq 80$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 60$$

$$x_1 \leq 16$$

$$x_2 \leq 18$$

$x_1$  dan  $x_2 \geq 0$  dan integer.

(40/100)

3. (i) Selesaikan masalah ini dengan kaedah simpleks Dual. Gunakan  $(x_1 \ x_2 \ x_3)$  sebagai vektor asas. Lakukan satu lelaran sahaja setelah keadaan tersaur dual didapati.

$$\text{min } z(x) = -2x_1 - 14x_2 + 2x_3 - x_4 + 6x_5 + 8x_6 - 9x_7 - 5x_8$$

Terhadap

$$x_1 + x_4 - 2x_5 + x_6 + x_7 - 2x_8 = -3$$

$$x_2 - x_4 + x_5 + x_6 - 3x_7 - x_8 = -14$$

$$x_3 + x_4 - x_5 - 2x_6 - x_7 + x_8 = -5$$

$x_i \geq 0$  untuk semua  $i$ .

(50/100)

(ii) Pertimbangkan model PL yang berikut,

$$\text{min } z(x) = 3x_1 + 5x_2$$

Terhadap

$$x_1 - x_2 \leq 4$$

$$3x_1 - 2x_2 = 3$$

$$6x_1 + 7x_2 \leq 42$$

$x_1 \geq 0$  dan  $x_2$  tak tersekat tanda.

(a) Ubahkan sistem ini ke sistem Dual.

(b) Selesaikan sistem Dual PL ini.

(c) Dapatkan penyelesaian optimum bagi masalah Primal asal daripada (b) di atas.

(50/100)

.../5

4. (i) Permintaan untuk sampul plastik adalah seperti berikut:

Pesanan untuk plastik yang lebarnya (inci)	Bilangan (per minggu) gulung yang dipesan
28	≥ 30
20	≥ 60
15	≥ 48

Pesanan ini dipenuhi dengan memotong gulung-gulung plastik yang lebarnya piawainya 60 inci. Bekalan gulung piawai dianggap mencukupi untuk memenuhi pesanan di atas. Baki gulung piawai (lebih) yang lebarnya kurang daripada 15 inci adalah membazir.

Rumuskan masalah ini sebagai suatu model PL yang meminimumkan jumlah pembaziran.

(60/100)

(ii) Selesaikan masalah ini.

$$\min z(x) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 c_{ij} x_{ij}$$

Terhadap

$$\sum_{i=1}^4 x_{ij} = 1 \quad j = 1, 2, 3, 4$$

$$\sum_{j=1}^4 x_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$x_{ij} = 0 \text{ atau } 1.$$

dengan

		1	2	3	4
$c_{ij} =$	1	12	6	8	5
	2	14	13	13	12
	3	16	10	8	9
	4	6	7	12	8

4. (i) Permintaan untuk sampul plastik adalah seperti berikut:

Pesanan untuk plastik yang lebarnya (inci)	Bilangan (per minggu) gulung yang dipesan
28	≥ 30
20	≥ 60
15	≥ 48

Pesanan ini dipenuhi dengan memotong gulung-gulung plastik yang lebarnya piawainya 60 inci. Bekalan gulung piawai dianggap mencukupi untuk memenuhi pesanan di atas. Baki gulung piawai (lebih) yang selebar 15 inci atau kurang adalah membazir.

Rumuskan masalah ini sebagai suatu model PL yang meminimumkan jumlah pembaziran.

(60/100)

(ii) Selesaikan masalah ini.

$$\min z(x) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 c_{ij} x_{ij}$$

Terhadap

$$\sum_{i=1}^4 x_{ij} = 1 \quad j = 1, 2, 3, 4$$

$$\sum_{j=1}^4 x_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$x_{ij} = 0 \text{ atau } 1.$$

dengan

		1	2	3	4
$c_{ij} =$	1	12	6	8	5
	2	14	13	13	12
	3	16	10	8	9
	4	6	7	12	8

(40/100)

.../6

5. (i) Selesaikan

$$\begin{aligned} \min z(x) = & 4x_{11} + 5x_{12} + 6x_{13} + 8x_{21} + 7x_{22} \\ & + 4x_{23} + 2x_{31} + x_{32} + 6x_{33} \end{aligned}$$

Terhadap

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 10$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 15$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 17$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 17$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 18$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 20$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ untuk semua } i \text{ dan } j.$$

(40/100)

(ii) Sebuah syarikat mengeluarkan empat barangan, setiap satunya memerlukan empat operasi di dalam proses pengeluaran. Syarikat ini tidak mempunyai gudang untuk menyimpan barangan yang telah siap maka harus dihantarkan terus kepada pelanggan. Maklumat-maklumat tambahan mengenai syarikat ini adalah seperti berikut:

Daripada bahagian jualan:

Barangan	Unit Jualan maksimum	Harga Jualan seunit (\$)
1	100	300
2	50	400
3	70	200
4	30	1200

Daripada bahagian pengeluaran:

Barangan	Keperluan Pengeluaran Jam/unit				Kos (\$/unit)
	Proses 1	Proses 2	Proses 3	Proses 4	
1	3	8	2	6	150
2	4	3	1	0	200
3	2	1	3	4	100
4	10	8	8	6	600
Kapasiti Pengeluaran	1400	1000	800	2000	

Daripada bahagian inventori bahan mentah yang diperlukan:

Untuk Barangan	Keperluan bahan mentah ( $m^2$ /unit) yang tebalnya		
	1mm	2mm	4mm
1	4	2	0
2	7	4	4
3	1	1	6
4	6	0	4
Kedapatan ( $m^2$ )	1500	1200	600

Rumuskan masalah ini supaya keuntungan dapat dimaksimumkan.

(60/100)

6. (i) Sebuah kilang mengeluarkan dua barangan yang amaunnya  $x_1$  dan  $x_2$ . Kedua-dua barangan ini mesti melalui dua mesin untuk disiapkan, iaitu mesin A dan B. Masa pemrosesan per 100 unit barangan ialah:

	masa (jam)	
	$x_1$	$x_2$
Mesin A	4	5
Mesin B	5	2

Had masa untuk mesin A ialah 100 jam dan untuk mesin B ialah 80 jam. Harga jualan dan kos boleh berubah untuk seunit barangan adalah seperti berikut:

	$x_1$	$x_2$
Harga jualan seunit	\$20	\$10
Kos boleh berubah (seunit)	\$10	\$5

Kos tetap untuk mengeluarkan  $x_1$  dan  $x_2$  ialah \$100 dan \$75 masing-masing. (Kos ini tidak akan menjadi kenyataan jika  $x_1$  dan/atau  $x_2$  tidak dikeluarkan).  
Rumuskan masalah ini sebagai masalah pengaturcaraan integer untuk memaksimumkan jumlah jualan.

(40/100)

.../8

- (ii) Pertimbangkan masalah sebuah ambulans. Ruang di dalam ambulans ini terhad kepada 65 kaki persegi. Terdapat enam jenis alat yang beberapa atau kesemuanya perlu dibawa bersama.

Alat	Nilai Kepentingan	Ruang Kawasan	Nisbah Kepentingan/ruang
1	70	30	2.33
2	61	27	2.26
3	54	25	2.16
4	40	20	2.00
5	31	18	1.725
6	25	15	1.667

Apakah gabungan alat jika tidak lebih daripada satu alat sejenis yang boleh dibawa oleh ambulans ini untuk memaksimumkan jumlah nilai kepentingan? (selesaikan).

(60/100)

- ooo00ooo -