
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2007/2008

Oktober/November 2007

EUM 111 – MATEMATIK KEJURUTERAAN

Masa : 3 Jam

Sila pastikan kertas peperiksaan ini mengandungi **TUJUH** muka surat bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Kertas soalan ini mengandungi **ENAM** soalan.

Jawab **LIMA** soalan.

Mulakan jawapan anda untuk setiap soalan pada muka surat yang baru.

Agihan markah diberikan di sudut sebelah kanan soalan berkenaan.

Jawab semua soalan dalam Bahasa Malaysia atau Bahasa Inggeris.

1. (a) Selesaikan persamaan pembezaan berikut.

Solve the following differential equation.

(i)
$$\frac{dy}{dx} = \frac{5x + 4y}{2x - y}$$

(ii)
$$y \frac{dy}{dx} = e^{x+2y} \sin x$$

(10 marks)

- (b) Fungsi $f(t)$ takrifkan sebagai

A function $f(t)$ is defined by

$$f(t) = \sin t, \quad 0 < t < \pi$$

- (i) Dapatkan kembangan siri Fourier kosinus separuh julat untuk $f(t)$.

Obtain a half range Fourier cosine series expansion for $f(t)$.

- (ii) Apakah nilai penumpuan siri ini apabila $t = 1$ dan $t = \pi$?

To what value does this series converge when $t = 1$ and $t = \pi$?

(10 marks)

2. (a) Dengan menggunakan kaedah pemisah pemboleh ubah, selesaikan persamaan haba

Using the separation of variable method, solve the heat conduction equation

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

yang memenuhi syarat
that fulfilled the condition

$$u(0,t) = u(3,t) = 0 \quad \text{and} \quad u(x,0) = 4 \sin 4\pi x - 3 \sin 8\pi x + 2 \sin 10\pi x$$

(12 marks)

- (b) Suatu perintang R dan induktor L disambung secara siri dengan $E(t)$ adalah voltan yang dikenakan terhadap litar. Persamaan pembezaan yang menerangkan aliran elektrik $i(t)$ diberi sebagai

A resistor R and an inductor L are connected in series with $E(t)$ being the voltage impressed on the circuit. The differential equation that describe the current $i(t)$ is as given below

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E(t) ,$$

Jika voltan 30 volt dikenakan kepada litar LR dengan jumlah rangsangan aliran elektrik 0.1 Henry dan rintangan ialah 50 ohms, dapatkan $i(t)$ jika $i(0) = 0$. Tentukan aliran elektrik jika $t \rightarrow \infty$.

If a voltage of 30 volt is applied to the LR circuit in which the inductance is 0.1 Henry and the resistance is 50 ohms, find $i(t)$ if $i(0) = 0$. Determine the current as $t \rightarrow \infty$.

(8 marks)

...4/-

3. (a) Dapatkan dua penyelesaian siri kuasa untuk persamaan pembezaan berikut:

Find the two power series solutions for the following differential equation:

$$(x - 1)y'' + y' = 0$$

(8 marks)

- (b) Dapatkan Jelmaan Laplace untuk fungsi

Find the Laplace Transform of the function

$$f(t) = \delta(t - 2) + \delta(t - 4)$$

Seterusnya, selesaikan persamaan pembezaan berikut mengikut nilai awal yang diberi.

Hence, solve the following differential equation subjected to the indicated initial conditions.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 7\frac{dy}{dx} + 6y = e^t + \delta(t - 2) + \delta(t - 4); \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

(12 marks)

4. (a) Diberi sistem persamaan pembezaan linear berikut:

Given the following system of linear differential equations:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_1 - 2x_2 + 2x_3$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -2x_1 + x_2 - 2x_3$$

$$\frac{dx_3}{dt} = 2x_1 - 2x_2 + x_3$$

Nyatakan dalam bentuk $x' = Ax$ dengan $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$.

Carikan nilai eigen dan vektor eigen sepadan untuk A. Kemudian, tentukan penyelesaian am untuk sistem itu.

Express these in the form $x' = Ax$ where $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$

Find the eigenvalues and the corresponding eigenvectors of A. Then, determine the general solution of the system.

(12 marks)

- (b) Dengan menggunakan kaedah Operator D, selesaikan persamaan pembezaan berikut:

Using Operator D method, solve the following differential equation:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 2e^x \cos\left(\frac{x}{2}\right)$$

(8 marks)

5. (a) (i) Dapatkan fungsi pelengkap untuk persamaan pembezaan berikut:

Find the complementary functions for the following differential equations:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$$

- (ii) Seterusnya, dengan menggunakan jawapan bahagian (i), selesaikan persamaan pembeza.

Hence, using the answers from part (i) above, solve the differential equation.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = \cos^2 x$$

(10 marks)

- (b) Selesaikan sistem persamaan linear berikut dengan kaedah 'Doolittle' LU.

Solve the following system of linear equations using the Doolittle LU method.

$$2x + -3 + 3z = -2$$

$$6x - 8y + 7z = -3$$

$$-2x + 6y - z = 3$$

(6 marks)

- (c) Buktikan bahawa $u(x,t) = e^{-8t} \sin 2x$ adalah penyelesaian untuk persamaan haba $\frac{\partial u}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ dengan $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$; $u(x,0) = \sin 2x$

Prove that $u(x,t) = e^{-8t} \sin 2x$ is the solution of the heat conduction equation $\frac{\partial u}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ with $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$; $u(x,0) = \sin 2x$

(4 marks)

6. (a) Dapatkan sama ada Jelmaan Laplace atau songsangan Jelmaan Laplace berikut:

Find either the Laplace Transform or the inverse Laplace Transform as indicated:

(i) $L\{\sin 4t \cos 3t\}$

(ii) $L\{t^2 H(t-3)\}$

(iii) $L^{-1}\left\{\frac{(1-e^{-s})(1+e^{-2s})}{s^2}\right\}$

(iv) $L\{f(t)\}$ where $f(t) = \begin{cases} \sin t & 0 \leq t \leq \pi \\ 0 & \pi \leq t \leq 2\pi \end{cases}$

and $f(t) = f(t+2\pi)$

(8 marks)

- (b) Fungsi berkala $f(t)$ diberi sebagai

A periodic function $f(t)$ is given below as

$$f(t) = \begin{cases} t & \left[0, \frac{\pi}{2}\right) \\ \frac{\pi}{2} & \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \\ \pi - \frac{t}{2} & (\pi, 2\pi] \end{cases}$$

dengan

with $f(t) = f(t+2\pi)$

Lakarkan graf untuk fungsi $f(t)$ antara $-\pi$ ke 3π dan dapatkan Siri Fourier tersebut.

Sketch a graph of the function $f(t)$ between $-\pi$ to 3π and find the Fourier Series function of it.

(12 marks)