

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1996/97

Oktober/November 1996

MAT 351/4 - Pengantar Penyelidikan Operasi

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam LAPAN halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan. Sifir normal piawai dilampirkan di belakang.

1. (a) Sebuah syarikat pengeluar makanan ringan merancang untuk mengiklan bahan makanannya melalui tiga jenis media yang berlainan iaitu television, radio dan majalah. Tujuan utama mengiklan ialah untuk mendapat pelanggan seramai yang boleh. Keputusan daripada kajian pasaran yang telah diadakan ialah seperti berikut:

	Television		Radio	Majalah
	Waktu Siang	Waktu Malam		
Kos unit pengiklanan	RM40,000	RM75,000	RM30,000	RM15,000
Anggaran bilangan pelanggan seunit	400,000	900,000	500,000	200,000
Anggaran bilangan pelanggan wanita seunit	300,000	400,000	200,000	100,000

Syarikat ini telah menetapkan perbelanjaan yang tidak lebih daripada RM800,000 untuk pengiklanan. Beberapa syarat juga telah ditentukan oleh syarikat ini seperti:

- (i) sekurang-kurangnya 2 juta pendedahan pengiklanan terhadap pelanggan wanita.

.../2-

- (ii) pengiklanan melalui television terhad kepada tidak lebih daripada RM500,000.
- (iii) sekurang-kurangnya 3 unit pengiklanan dilanggan pada waktu siang dan 2 unit pengiklanan dilanggan pada waktu malam.
- (iv) bilangan unit pengiklanan melalui radio dan majalah sepatutnya masing-masing berada di antara 5 dan 10.

Rumuskan masalah ini sebagai satu masalah Pengaturcaraan Linear.

(30/100)

- (b) Abdel Salaam & Sons ialah sebuah syarikat pembekal daging yang menjalankan perniagaan khusus kepada hotel-hotel terkemuka. Hotel Schneider ialah salah satu daripada pelanggannya yang terbesar. Hotel ini telah memesan campuran tiga jenis daging (daging lembu, daging kambing dan daging arnab) untuk 1,000 kg mengikut syarat seperti berikut:
 - (i) daging lembu mestilah tidak kurang daripada 400 kg dan tidak lebih daripada 600 kg.
 - (ii) daging kambing mestilah beratnya di antara 200 kg dan 300 kg.
 - (iii) daging arnab pula mestilah beratnya di antara 100 kg dan 400 kg.
 - (iv) berat daging kambing mestilah tidak lebih daripada 1.5 kali daripada berat daging arnab.

Dalam kontrak yang ditandatangani, Hotel Schneider akan membayar syarikat Abdel Salaam & Sons sebanyak RM1,200 kerana membekal daging. Suatu analisis mendapati kos se kg. daging lembu, daging kambing dan daging arnab ialah RM 0.70, RM 0.60 dan RM 0.80.

Masalah ini ialah suatu masalah penyumbangan maksimum terhadap 'overhead' dan keuntungan, tertakluk kepada syarat daging campuran yang diberikan dan syarat permintaan 1,000 kg.

- (i) Rumuskan masalah ini sebagai satu masalah Pengaturcaraan Linear.

.../3-

- (ii) Tunjukkan kawasan tersaur bergraf. Apakah penyelesaian optimumnya?
- (iii) Berpandukan kepada graf anda, berikan status setiap kekangan.
- (iv) Apakah titik optimum sekiranya fungsi matlamat ditukarkan ke sebaliknya (maksimum ke minimum)?
- (v) Jika keuntungan/kos sut bagi daging lembu bertambah sebanyak 2.0, apakah perubahan yang dapat dilihat dalam penyelesaian optimum?
- (vi) Andaikan syarat permintaan 1,000 kg. tidak dikenakan dan syarat daging lembu mestilah tidak lebih daripada 600 kg. ditukarkan ke mestilah tidak lebih daripada 700 kg., serta syarat berat daging kambing mestilah tidak lebih daripada 1.5 kali daripada berat daging arnab ditukarkan ke berat daging kambing mestilah tidak lebih daripada berat daging arnab sahaja, dan fungsi matlamatnya ialah maksimum, apakah penyelesaiannya?

(70/100)

2. (a) Pertimbangkan model Pengaturcaraan Linear berikut:

$$\text{Maksimumkan } Z = 10X_1 + 2X_2$$

Terhadap

$$8X_1 + 4X_2 \leq 32$$

$$6X_1 + 8X_2 \leq 48$$

$$4X_1 + 6X_2 \geq 24$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Selesaikan masalah ini dengan menggunakan kaedah simpleks.

(50/100)

- (b) Diberikan masalah Pengaturcaraan Linear berikut:

$$\text{Maksimumkan } Z = 5X_1 + 5X_2 + 13X_3 \quad (\text{keuntungan})$$

Terhadap

$$-X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 20 \quad (\text{sumber 1})$$

$$12X_1 + 4X_2 + 10X_3 \leq 90 \quad (\text{sumber 2})$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

.../4-

Biarkan S_i dengan $i = 1, 2$ mewakili pembolehubah lalai bagi pembahagian sumber dan X_i dengan $i = 1, 2, 3$ mewakili hasil keluaran. Tablo optimumnya adalah seperti berikut:

Asas	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	Penyelesaian
Z	0	0	2	5	0	100
X_2	-1	1	3	1	0	20
S_2	16	0	-2	-4	1	10

Tentukan sama ada penyelesaian masih tersaur dan masih optimum dalam keadaan-keadaan berikut:

- (i) nilai sebelah kanan kekangan 1 ditukarkan ke 30.
- (ii) nilai sebelah kanan kekangan 2 ditukarkan ke 70.
- (iii) nilai pekali bagi X_3 dalam fungsi matlamat ditukarkan ke 8.

Tentukan

- (iv) perubahan maksimum bagi keuntungan sut keluaran 3 yang tidak akan menjejaskan keoptimuman penyelesaian di atas.
- (v) julat perubahan yang dibenarkan bagi sumber 2 yang tidak akan mengubah status X_2 dan S_2 sebagai pembolehubah asas. Berikan juga julat perubahan bagi nilai z-optimum.

(50/100)

3. Pertimbangkan senarai kegiatan berikut yang diperlukan untuk membina sebuah rumah.

Kegiatan	Kegiatan pendahulu	Jangka masa (hari)
A Bina asas	-	5
B Bina dinding	A	8
C Bina bumbung	B	10
D Membuat wiring	B	5
E Memasang tingkap	B	4
F Meratakan lantai	E	6
G Cat rumah	C, F	3

- (a) Lukiskan suatu gambarajah anak panah dan tentukan lintasan genting. Tunjukkan nilai apungan bebas (FF) dan jumlah apungan (TF) bagi setiap kegiatan di atas gambarajah tersebut.

(20/100)

- (b) Katakan dengan mengambil pekerja tambahan, jangka masa setiap kegiatan boleh dipendekkan. Kos per hari bagi pengurangan jangka masa ini adalah seperti berikut:

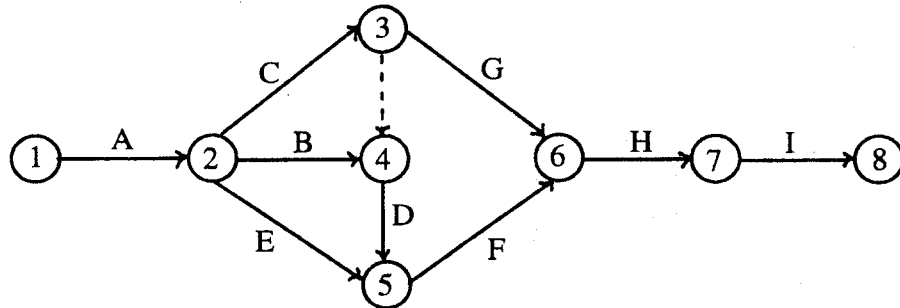
Kegiatan	Kos/hari bagi pengurangan jangka masa	Pengurangan yang dibenarkan (hari)
A	RM30	2
B	RM15	3
C	RM20	1
D	RM40	2
E	RM20	2
F	RM30	3
G	RM40	1

Tuliskan suatu model PL yang membolehkan kita meminimumkan jumlah kos perlaksanaan projek di dalam masa 20 hari.

(35/100)

.../6-

- (c) Sebuah projek yang mempunyai sembilan kegiatan digambarkan seperti di bawah.



Katakan anggaran masa optimis (a), masa pesimis dan masa paling boleh jadi (m) adalah seperti berikut:

Kegiatan		A	B	C	D	E	F	G	H	I
optimis	(a)	2	6	6	1	8	5	3	3	5
pesimis	(b)	8	12	8	7	8	17	21	9	11
paling boleh jadi	(m)	5	7	7	4	8	14	12	6	8

- (i) Hitung min dan varians setiap kegiatan.
- (ii) Apakah tempoh minimum yang dijangkakan untuk menyiapkan projek ini?
- (iii) Apakah kebarangkalian bahawa projek ini dapat disiapkan di dalam masa 47 hari?
- (iv) Apakah kebarangkalian bahawa kegiatan D boleh siap sebelum permulaan hari ke-18?
- (v) Apakah kebarangkalian bahawa kegiatan F boleh dimulakan seawal-awalnya sebelum hari ke-17?

(45/100)

.../7-

4. (a) Selesaikan masalah pengangkutan berikut yang mana penyelesaian permulaannya adalah merosot. Gunakan kaedah sudut barat laut untuk mendapatkan penyelesaian permulaan.

		Destinasi			
		1	2	3	
Punca	1	0	2	1	5
	2	2	1	5	10
	3	2	4	3	5
		5	5	10	

(25/100)

- (b) Berikut adalah penyelesaian bagi suatu masalah pengangkutan yang meminimumkan kos.

		Destinasi						
		1	2	3	4			
Punca	1	10	5	0	20	11	15	
	2	0	12	10	7	9	20	25
	3	5	0	14	16	16	16	5
		5	15	15	10			

c_{ij} →

- (i) Sahkan bahawa penyelesaian di atas adalah optimum.
- (ii) Tentukan julat bagi c_{24} agar penyelesaian di atas masih optimum.
- (iii) Tentukan amaun perubahan yang dibenarkan (iaitu yang tidak akan menjejaskan penyelesaian optimum di atas) jika bekalan di punca 2 dan permintaan di destinasi 4 berubah.

(25/100)

.../8-

- (c) MPPP sedang mempertimbangkan tawaran-tawaran daripada empat buah syarikat bas untuk memberi perkhidmatan kepada empat laluan di antara Georgetown dan Seberang Prai. Kos pengendalian yang ditawarkan oleh setiap syarikat bas pada setiap laluan adalah seperti berikut:

	Tawaran			
	laluan 1	laluan 2	laluan 3	laluan 4
syarikat A	4000	5000	-	-
syarikat B	-	4000	-	4000
syarikat C	3000	-	2000	-
syarikat D	-	-	4000	5000

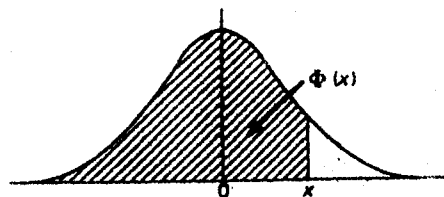
- (i) Katakan setiap syarikat akan dibenarkan beroperasi di satu laluan sahaja. Selesaikan masalah ini sebagai masalah umpukan.
- (ii) Katakan setiap syarikat akan diberikan dua laluan. Tentukan suatu umpukan yang dapat meminimumkan kos pengendalian.

(50/100)

TABLE 4. THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION

The function tabulated is $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$. $\Phi(x)$ is

the probability that a random variable, normally distributed with zero mean and unit variance, will be less than or equal to x . When $x < 0$ use $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$, as the normal distribution with zero mean and unit variance is symmetric about zero.



x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)
0.00	0.5000	0.40	0.6554	0.80	0.7881	1.20	0.8849	1.60	0.9452	2.00	0.97725
0.01	5040	41	6591	81	7910	21	8869	61	9463	01	97778
0.02	5080	42	6628	82	7939	22	8888	62	9474	02	97831
0.03	5120	43	6664	83	7967	23	8907	63	9484	03	97882
0.04	5160	44	6700	84	7995	24	8925	64	9495	04	97932
0.05	5199	45	6736	85	8023	25	8944	65	9505	05	97982
0.06	5239	46	6772	86	8051	26	8962	66	9515	06	98030
0.07	5279	47	6808	87	8078	27	8980	67	9525	07	98077
0.08	5319	48	6844	88	8106	28	8997	68	9535	08	98124
0.09	5359	49	6879	89	8133	29	9015	69	9545	09	98169
0.10	5398	50	6915	90	8159	30	9032	70	9554	10	98214
0.11	5438	51	6950	91	8186	31	9049	71	9564	11	98257
0.12	5478	52	6985	92	8212	32	9066	72	9573	12	98300
0.13	5517	53	7019	93	8238	33	9082	73	9582	13	98341
0.14	5557	54	7054	94	8264	34	9099	74	9591	14	98382
0.15	5596	55	7088	95	8289	35	9115	75	9599	15	98422
0.16	5636	56	7123	96	8315	36	9131	76	9608	16	98461
0.17	5675	57	7157	97	8340	37	9147	77	9616	17	98500
0.18	5714	58	7190	98	8365	38	9162	78	9625	18	98537
0.19	5753	59	7224	99	8389	39	9177	79	9633	19	98574
0.20	5793	60	7257	1.00	8413	40	9192	80	9641	20	98610
0.21	5832	61	7291	01	8438	41	9207	81	9649	21	98645
0.22	5871	62	7324	02	8461	42	9222	82	9656	22	98679
0.23	5910	63	7357	03	8485	43	9236	83	9664	23	98713
0.24	5948	64	7389	04	8508	44	9251	84	9671	24	98745
0.25	5987	65	7422	05	8531	45	9265	85	9678	25	98778
0.26	6026	66	7454	06	8554	46	9279	86	9686	26	98809
0.27	6064	67	7486	07	8577	47	9292	87	9693	27	98840
0.28	6103	68	7517	08	8599	48	9306	88	9699	28	98870
0.29	6141	69	7549	09	8621	49	9319	89	9706	29	98899
0.30	6179	70	7580	1.00	8643	50	9332	90	9713	30	98928
0.31	6217	71	7611	01	8665	51	9345	91	9719	31	98956
0.32	6255	72	7642	02	8686	52	9357	92	9726	32	98983
0.33	6293	73	7673	03	8708	53	9370	93	9732	33	99010
0.34	6331	74	7704	04	8729	54	9382	94	9738	34	99036
0.35	6368	75	7734	05	8749	55	9394	95	9744	35	99061
0.36	6406	76	7764	06	8770	56	9406	96	9750	36	99086
0.37	6443	77	7794	07	8790	57	9418	97	9756	37	99111
0.38	6480	78	7823	08	8810	58	9429	98	9761	38	99134
0.39	6517	79	7852	09	8830	59	9441	99	9767	39	99158
0.40	6554	80	7881	1.20	8849	1.60	9452	2.00	9772	2.40	99180

TABLE 4. THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
2.40	0.99180	2.55	0.99461	2.70	0.99653	2.85	0.99781	3.00	0.99865	3.15	0.99918
41	99202	56	99477	71	99664	86	99788	01	99869	16	99921
42	99224	57	99492	72	99674	87	99795	02	99874	17	99924
43	99245	58	99506	73	99683	88	99801	03	99878	18	99926
44	99266	59	99520	74	99693	89	99807	04	99882	19	99929
2.45	0.99286	2.60	0.99534	2.75	0.99702	2.90	0.99813	3.05	0.99886	3.20	0.99931
46	99305	61	99547	76	99711	91	99819	06	99889	21	99934
47	99324	62	99560	77	99720	92	99825	07	99893	22	99936
48	99343	63	99573	78	99728	93	99831	08	99896	23	99938
49	99361	64	99585	79	99736	94	99836	09	99900	24	99940
2.50	0.99379	2.65	0.99598	2.80	0.99744	2.95	0.99841	3.10	0.99903	3.25	0.99942
51	99396	66	99609	81	99752	96	99846	11	99906	26	99944
52	99413	67	99621	82	99760	97	99851	12	99910	27	99946
53	99430	68	99632	83	99767	98	99856	13	99913	28	99948
54	99446	69	99643	84	99774	99	99861	14	99916	29	99950
2.55	0.99461	2.70	0.99653	2.85	0.99781	3.00	0.99865	3.15	0.99918	3.30	0.99952

The critical table below gives on the left the range of values of x for which $\Phi(x)$ takes the value on the right, correct to the last figure given; in critical cases, take the upper of the two values of $\Phi(x)$ indicated.

3.075	0.99990	3.263	0.99994	3.731	0.99999	3.916	0.99999
3.105	0.99991	3.320	0.99995	3.759	0.99999	3.976	0.99999
3.138	0.99992	3.389	0.99996	3.791	0.99999	4.055	0.99999
3.174	0.99993	3.480	0.99997	3.826	0.99999	4.173	0.99999
3.215	0.99994	3.615	0.99998	3.867	0.99999	4.417	1.00000

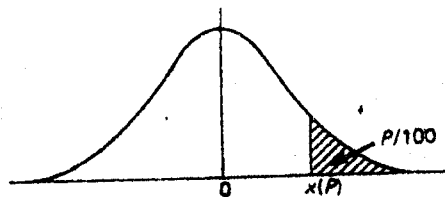
When $x > 3.3$ the formula $1 - \Phi(x) \approx \frac{e^{-x^2}}{x\sqrt{2\pi}} \left[1 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} - \frac{15}{x^6} + \frac{105}{x^8} \right]$ is very accurate, with relative error less than $945/x^{10}$.

TABLE 5. PERCENTAGE POINTS OF THE NORMAL DISTRIBUTION

This table gives percentage points $x(P)$ defined by the equation

$$\frac{P}{100} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x(P)}^{\infty} e^{-t^2/2} dt.$$

If X is a variable, normally distributed with zero mean and unit variance, $P/100$ is the probability that $X \geq x(P)$. The lower P per cent points are given by symmetry as $-x(P)$, and the probability that $|X| \geq x(P)$ is $2P/100$.



P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$
50	0.0000	5.0	1.6449	3.0	1.8808	2.0	2.0537	1.0	2.3263	0.10	3.0902
45	0.1257	4.8	1.6646	2.9	1.8957	1.9	2.0749	0.9	2.3656	0.09	3.1214
40	0.2533	4.6	1.6849	2.8	1.9110	1.8	2.0969	0.8	2.4089	0.08	3.1559
35	0.3853	4.4	1.7060	2.7	1.9268	1.7	2.1201	0.7	2.4573	0.07	3.1947
30	0.5244	4.2	1.7279	2.6	1.9431	1.6	2.1444	0.6	2.5121	0.06	3.2389
25	0.6745	4.0	1.7507	2.5	1.9600	1.5	2.1701	0.5	2.5758	0.05	3.2905
20	0.8416	3.8	1.7744	2.4	1.9774	1.4	2.1973	0.4	2.6521	0.04	3.7190
15	1.0364	3.6	1.7991	2.3	1.9954	1.3	2.2262	0.3	2.7478	0.005	3.8906
10	1.2816	3.4	1.8250	2.2	2.0141	1.2	2.2571	0.2	2.8782	0.001	4.2649
5	1.6449	3.2	1.8522	2.1	2.0335	1.1	2.2904	0.1	3.0902	0.0005	4.4172