

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1987/88

MAT328 - Kombinatorik

Tarikh: 31 Oktober 1987

Masa: 9.00 pagi - 12.00 t/hari
(3 jam)

Jawab semua soalan.

- I. 1. Katakan $\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ dan $\{b_1, b_2, \dots, b_k\}$ dengan $a_1 < a_2 < \dots < a_k$, $b_1 < b_2 < \dots < b_k$ dua subset-k bagi $\{1, 2, \dots, n\}$. $\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ disebut lebih besar daripada $\{b_1, b_2, \dots, b_k\}$ jika $a_1 > b_1$ atau wujud j supaya $a_1 = b_1, \dots, a_{j-1} = b_{j-1}, a_j > b_j$. Carilah semua subset-5 bagi $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ yang lebih besar daripada $\{4, 5, 6, 7, 8\}$.

(20/100)

2. Carilah bilangan caranya untuk memlihaturkan a, b, c, d, e, f, g, h dengan syarat bahawa a di sebelah kiri f dan f di sebelah kiri h .

(25/100)

3. Carilah bilangan caranya untuk memlihaturkan "Malaysia" dengan syarat bahawa a tidak bersebelahan dengan a .

(25/100)

4. Carilah bilangan pilihatur-5 bagi $\{\infty.1, \infty.2, \infty.3, \infty.4, \infty.5, \infty.6\}$ dengan syarat bahawa pilihatur-5 itu mengandungi sekurang-kurangnya tiga nombor yang sama. Selesaikan soalan itu jika perkataan "pilihatur-5" dalam soalan tersebut digantikan oleh perkataan "subset-5".

(30/100)

- II. 1. Carilah bilangan pilihatur-r bagi $A = \{\infty.1, \infty.2, \infty.3, \infty.4, \infty.5, \infty.6\}$ dengan syarat bahawa pilihatur-r itu mengandungi sebilangan genap integer 1.

(25/100)

2. Carilah bilangan subset-r bagi $A = \{\infty.1, \infty.2, \infty.3, \infty.4, \infty.5, \infty.6\}$ dengan syarat bahawa subset-r itu mengandungi satu atau dua kali integer 1.

(25/100)

3. Carilah bilangan cara untuk menaburkan $2t + 1$ benda yang serupa ke dalam 3 kotak yang berlainan dengan syarat bahawa bilangan benda di dalam setiap kotak kurang daripada atau sama dengan t .

(25/100)

4. Carilah bilangan pilihatur-r bagi $\{\infty.1, \infty.2, \dots, \infty.n\}$ dengan syarat bahawa nombor-nombor yang sama tidak timbul bersama-sama. Jika a_r menandakan bilangan pilihatur-r itu, carilah fungsi penjana bagi $\{a_r\}$.

(25/100)

- III. 1. Carilah penyelesaian am bagi setiap hubungan jadi semula

(a) $h(n + 2) - 2h(n + 1) - 8h(n) = 2^n$

(b) $h(n + 3) - 3h(n + 2) + 3h(n + 1) - h(n) = 0$

(c) $h(r) - rh(r - 1) = r!$

(40/100)

2. Seorang kanak-kanak ada n ringgit. Setiap hari dia boleh membeli satu dan hanya satu daripada barang-barang yang berikut:

(i) kek (1 ringgit)

(ii) nasi goreng (2 ringgit)

(iii) aiskerim (2 ringgit)

Dengan berapa carakah kanak-kanak itu boleh membelanjakan semua n ringgitnya?

3. $n + k$ garis lurus terletak atas suatu satah π yang sama. Jika $n + k$ garis lurus itu memenuhi syarat-syarat berikut:

- (i) di antara $n + k$ garis lurus itu, terdapat k dan hanya k garis lurus selari antara satu dengan lain.
- (ii) tiada tiga garis lurus berjumpa pada satu titik yang sama.

Carilah bilangan kawasan di dalam satah π yang dibahagikan oleh $n + k$ garis lurus itu.

(35/100)

IV. 1. Katakan $A(n, k)$ menandakan bilangan cara untuk menaburkan n bola yang berlainan ke dalam k kotak yang berlainan dengan syarat bahawa setiap kotak mengandungi sekurang-kurangnya satu bola. Tunjukkan bahawa

$$(i) \quad A(n, k) = \sum_{j=0}^k \binom{k}{j} (-1)^j (k - j)^n$$

$$(ii) \quad A(n, m + 1) = \sum_{k=1}^{n-m} \binom{n}{k} A(n - k, m)$$

$$(iii) \quad A(n, n - 1) = \frac{n-1}{2} A(n, n)$$

(40/100)

2. Buktikan bahawa jika n adalah integer positif, maka

$$n! = n^n - \binom{n}{1} (n - 1)^n + \binom{n}{2} (n - 2)^n + \dots + (-1)^{n-1} \binom{n}{n-1}$$

(10/100)

3. Carilah bilangan cara untuk menaburkan 5 bola yang berlainan ke dalam 3 kotak yang serupa.

(25/100)

.../4

4. Jika $[-x]_n = \sum_{k=0}^n L(k) [x]_k$,

Carilah $L(k)$.

Di sini, $[-x]_k = -x(-x - 1) \dots (-x - k + 1)$

$[x]_k = x(x - 1) \dots (x - k + 1)$

Adakah $[x]_n = \sum_{k=0}^n L(k) [-x]_k$?

(25/100)

V. 1. Di antara 12 orang guru di sebuah sekolah, 8 orang guru mengajar Matematik, 6 orang guru mengajar Fizik, 5 orang guru mengajar Kimia, 4 orang guru mengajar Matematik dan Kimia, 3 orang guru mengajar Fizik dan Kimia, 5 orang guru mengajar Matematik dan Fizik, 3 orang guru mengajar ketiga-tiga matapelajaran, iaitu Fizik, Kimia dan Matematik. Carilah

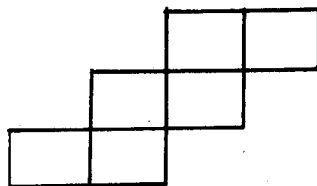
- (a) bilangan orang guru yang tidak mengajar sekurang-kurangnya satu matapelajaran daripada set {Fizik, Matematik, Kimia}.
- (b) bilangan orang guru yang mengajar satu dan hanya satu matapelajaran daripada set {Fizik, Matematik, Kimia}.
- (c) bilangan orang guru yang mengajar dua dan hanya dua matapelajaran daripada set {Fizik, Matematik, Kimia}.

(25/100)

2. Carilah bilangan cara untuk memilahaturkan "Sitiawan" dengan syarat bahawa i tidak bersebelahan dengan i dan a tidak bersebelahan dengan a.

(35/100)

3. Carilah polinomial kota bagi papan catur C:



(25/100)

4. Katakan C suatu papan catur dengan tempat-tempat berlarangan yang ditandakan dengan simbol-simbol "X" seperti yang ditunjukkan dalam gambar. Carilah bilangan cara untuk meletak 4 kota di atas C dengan syarat-syarat bahawa

(i) tiada dua kota terletak pada baris dan lajur yang sama.

(ii) tiada kota terletak di atas tempat-tempat berlarangan.

C :

		X	X
	X	X	
X	X		

(15/100)

- ooo00ooo -