

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 1997/98

September 1997

IUK 291 - Matematik II

Masa: [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam TIGA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Jika  $w = f(x, y, z) = 2xy^2z^3$
- (i) cari  $dw$
- (ii) cari perubahan  $w$  apabila  $(x, y, z)$  berubah dari  $P(1, -1, 2)$  ke  $Q(0.99, -1.02, 2.02)$  menggunakan (i).
- (b) Katakan  $z = f(x, y)$ ,  $x = u + v$  dan  $y = u - v$  tunjukkan  $\frac{\partial^2 z}{\partial v \partial u} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ .
- (c) Tunjukkan  $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{3x^2y}{2x^6 + y^2}$  tidak wujud dengan menggunakan tidak wujud dengan menggunakan lintasan  $y = x^3$  untuk menghampiri  $(0, 0)$ .

(100 markah)

2. (a) Pertimbangkan kamiran berganda tiga

$$\int_0^{2\pi} \int_1^2 \int_0^5 r^2 dz dr d\theta$$

Tuliskan suatu masalah yang jawapannya diberikan oleh kamiran di atas. Juga berikan intepretasi geometrik bungkah yang terlibat.

...2/-

(b) Tukarkan tertib kamiran berikut:

$$\int_0^1 \int_0^{2x} (\cos x^2) dy dx = \int_?^? \int_?^? (\cos x^2) dx dy.$$

Kamiran mana yang mudah dinilai? Nyatakan alasan anda.

(c) Dengan menggunakan kamiran berganda dua, cari luas kawasan yang terletak di dalam bulatan  $r = 1$  dan luar kardioid  $r = 1 - \cos \theta$ .

(d) Tunjukkan siri Fourier untuk  $f(t)$  fungsi berkala  $2\pi$  dengan

$$f(t) = \begin{cases} -t & ; -\pi \leq t \leq 0 \\ t & ; 0 < t \leq \pi \end{cases}$$

ialah

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} - \frac{4}{\pi} \left( \frac{\cos t}{1^2} + \frac{\cos 3t}{3^2} + \frac{\cos 5t}{5^2} + \dots \right).$$

Deduksikan siri Fourier untuk  $Q(t)$ , berkala 2 dengan

$$Q(t) = \begin{cases} 1+t & ; -1 \leq t \leq 0 \\ 1-t & ; 0 < t \leq 1 \end{cases}$$

(100 markah)

3. (a) Cari jejari ketumpuan untuk siri kuasa berikut:

(i) 
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

(ii) 
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x-3)^k}{(k+1)^2}$$

(b) Katakan 
$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$
$$= \frac{x}{1} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

- (i) Cari siri kuasa untuk  $f'(x)$ . Apakah selang ketumpuannya?
- (ii) Daripada siri yang diperolehi daripada (i) deduksikan bahawa  $f(x) = \sin x$ ,  $x \in (-\infty, \infty)$ .

(c) Tunjukkan  $y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k^n x^n}{n!}$  mememuhi  $y' - ky = 0$  untuk suatu nilai  $k$  tetap.

(100 markah)

4. (a) Persamaan pembezaan Tchebycheff ialah  $(1-x^2)y'' - xy' + \alpha^2 y = 0$ ,  $\alpha$  suatu pemalar.

- (i) Tentukan dua penyelesaian yang tak bersandar linear dalam kuasa  $x$  untuk  $|x| < 1$ .
- (ii) Tunjukkan bahawa terdapat suatu penyelesaian polinomial darjah  $n$  jika  $\alpha$  suatu nombor nyata bukan negatif.
- (iii) Cari suatu penyelesaian polinomial dalam kes  $n = 0, 1, 2, 3$ .

(b) Dapatkan penyelesaian am untuk persamaan pembezaan berikut menggunakan kaedah yang sesuai

- (i)  $y^{iv} + y = 0$
- (ii)  $y''' - y'' - y' + y = 2e^{-x} + 3$
- (iii)  $y''' + y' = \tan x$ .

(100 markah)

- ooo0ooo -