

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1997/98

September 1997

IUK 191 - Matematik I

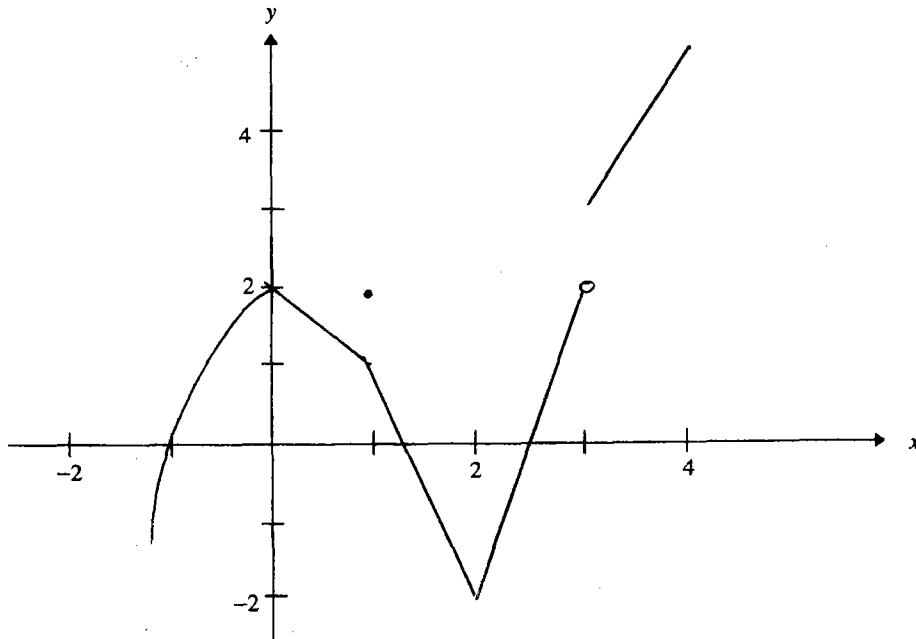
Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam LIMA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Jika rajah berikut ialah graf $f(x)$, cari



(i) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

...2/-

(b) Jika $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & , x \leq 2 \\ cx^2 & , x > 2 \end{cases}$

Cari suatu nilai c jika wujud supaya $f(x)$ selanjar pada $x = 2$.

(c) Jika $x^2y = 3y + x \ln y$, cari $\frac{dy}{dx}$ pada $x = \sqrt{3}$.

(d) Pertimbangkan fungsi $y = f(x) = x^2 e^{-x}$

- (i) Cari domain $f(x)$
- (ii) Perihalkan keadaan $f(x)$ apabila $x \rightarrow \infty$ dan $x \rightarrow -\infty$.
- (iii) Cari semua titik genting $f(x)$
- (iv) Cari selang $f(x)$ menaik dan selang $f(x)$ menurun
- (v) Dapat nilai-nilai ekstrema $f(x)$
- (vi) Cari nilai-nilai maksimum dan minimum mutlak $f(x)$
- (vii) Berpandukan matlumat yang telah anda kumpulkan dari (i) \rightarrow (vi), lakarkan graf $f(x)$.

(100 markah)

2. (a) Diberikan matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

- (i) Cari penentu A .
- (ii) Selesaikan sistem persamaan $A \underline{x} = \underline{b}$ dengan $\underline{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ menggunakan petua Cramer.

(b) Pertimbangkan fungsi $g(x)$ dan $g'(x)$ yang selanjar pada $[-1, 3]$. Anda mengetahui bahawa $g(-1) = 2$ dan $g(3) = 3$ dan kecekungan $g(x)$ tidak berubah dalam selang tersebut. Nilai purata $g(x)$ pada $[-1, 3]$ ialah 2.25.

Kirakan (i) $\int_{-1}^3 g'(x) dx$

(ii) $\int_{-1}^3 g(x) dx$.

Dan juga lakarkan $y = g(x)$.

...3/-

(c) Nilaikan

(i) $\int \frac{1}{\sqrt{y}e^{\sqrt{y}}} dy$

(ii) $\int \frac{dx}{x^3+x}$

(iii) $\int \frac{(1-x)^2}{x^{1/3}} dx$

(iv) $\int \frac{y}{y^4+4} dy$

(d) Bentuk suatu kamiran yang mewakili luas R suatu kawasan yang dibendung oleh $x = 4y - y^2$ dan $y = \frac{1}{2}x$ tanpa menilainya terhadap

(i) x dan

(ii) y .

(100 markah)

3. (a) Selesaikan persamaan pembezaan berikut menggunakan kaedah yang sesuai

(i) $y' + 2y = xe^{-2x}$, $y(1) = 0$

(ii) $(2x + 4y) + (2x - 2y)y' = 0$

(iii) $y' = e^{2x} + y - 1$

(iv) $y'' - 6y' + 9y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0)$

(b) Berikut ialah graf penyelesaian untuk persamaan pembezaan

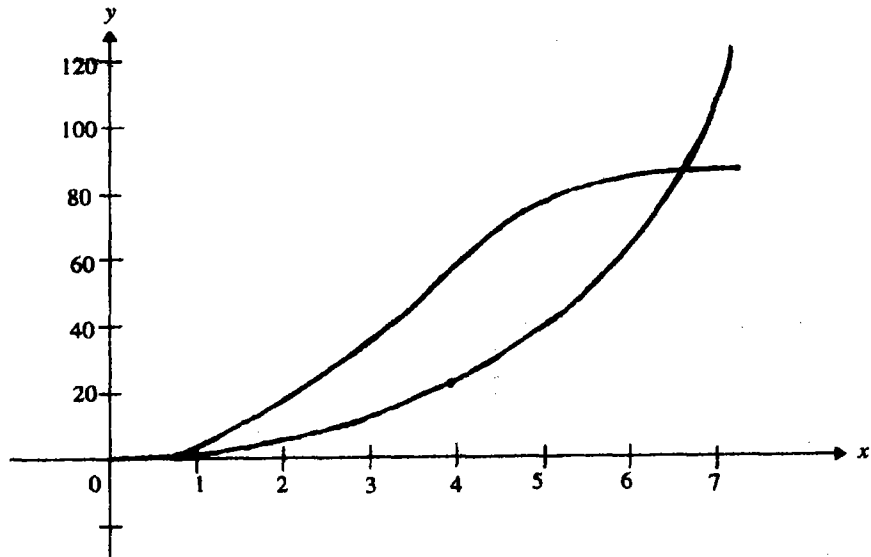
$$y' = 0.6y \text{ , } y(0) = 2$$

dan

$$y' = 1.2y \left(1 - \frac{y}{100} \right) \text{ , } y(0) = 2$$

...4/-

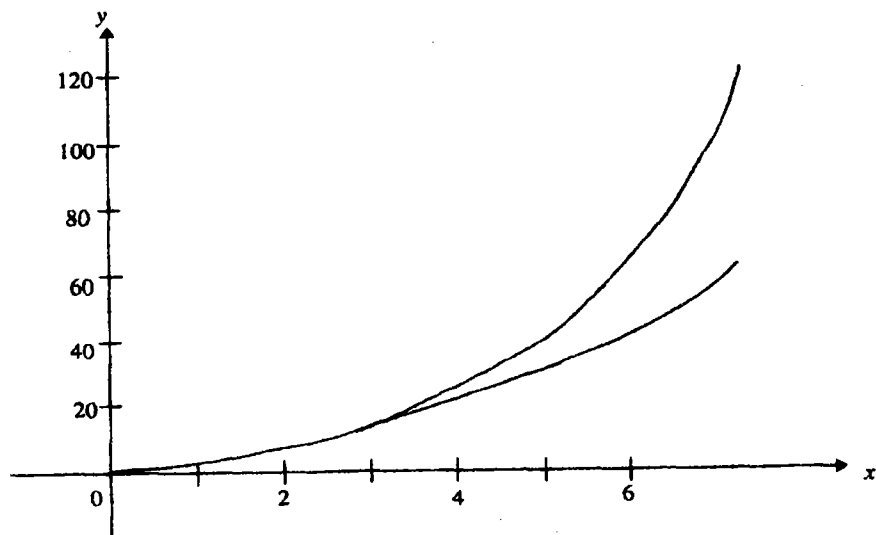
- (i) Perhatikan graf bermula serentak tetapi pada seketika sahaja, selepas itu menjadi dua graf yang berasingan. Terangkan.



- (ii) Sekarang perhatikan graf untuk penyelesaian persamaan pembezaan

$$y' = 0.6y, \quad y(0) = 2$$

$$y' = 0.6y \left(1 - \frac{y}{100}\right), \quad y(0) = 2$$



Terangkan mengapa penyelesaian kepada dua persamaan bertindih buat masa (x) yang lama sebelum berpisah apabila x bertambah besar.

(100 markah)

...5/-

4. (a) Tuliskan empat sebutan pertama siri $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{3^n}$ dan kemudian cari hasil tambah siri tersebut.

(b) Diberikan jujukan $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$, nyatakan sama ada jujukan menumpu atau mencapah

(i) $a_n = \left(2 - \frac{1}{2^n}\right) \left(3 + \frac{1}{2^n}\right)$

(ii) $a_n = 2^n + (-2)^n$

(c) Nyatakan sama ada siri berikut menumpu atau mencapah dengan menggunakan ujian yang sesuai

(i) $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{k^3}{e^k}\right)$

(ii) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{k+1}{k^2-k}$

(d) Pertimbangkan kawasan R yang dibatasi oleh $y = e^x$, $y = e^4$ dan $x = 2$. Cari isipadu bungkah yang dibentuk apabila R dikisarkan terhadap paksi- x .

(100 markah)

- ooo0ooo -