

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1995/96

Oktober/November 1995

MAT 313 - Aljabar Moden I

Masa : [3 jam]

Jawab SEMUA soalan (I, II and III).

- I. Bagi setiap subsoalan berikut, pilih jawapan yang paling sesuai dan tandakannya dengan "✓" dalam kertas jawapan yang disediakan di belakang buku ini (muka surat 10). Markah ditolak bagi pilihan salah dalam subsoalan 17 - 20.

[100/100]

1. B dan C adalah set. Maka

- (a) $\overline{B \cup C} = \overline{B} \cup \overline{C}$ (b) $\overline{B \cap C} = \overline{B} \cap \overline{C}$
(c) $B - C \subset \overline{B} \cap C$ (d) $B - C \subset B \cap \overline{C}$
(e) tidak ada jawapan yang sesuai

2. A dan B adalah set. Maka salah satu pernyataan berikut tidak benar:

- (a) $(A \times B) \cap (B \times A) \subset (A \cap B) \times (A \cap B)$
(b) $(A \cap B) \times (A \cap B) \subset (A \times B) \cap (B \times A)$
(c) $(A \times B) \cup (B \times A) \subset (A \cup B) \times (A \cup B)$
(d) $(A \cup B) \times (A \cup B) \subset (A \times B) \cup (B \times A)$
(e) tidak ada jawapan yang sesuai

3. Bilangan hubungan transitif dan simetri tetapi bukan refleksif atas $\{1, 2\}$ ialah

- (a) 2 (b) 3 (c) 4
(d) 5 (e) tidak ada jawapan yang sesuai

4. $M = \{(x, y) | (x, y) \in Z \times Z, xy \geq 0\}$ adalah suatu hubungan atas Z . Maka M adalah:

- (a) refleksif dan transitif (b) transitif dan simetri
(c) transitif atau simetri (d) transitif
(e) tidak ada jawapan yang sesuai

...2/-

5. $H = \{(1,1), (2,2), (1,2), (1,3), (3,1), (3,3), (3,4), (4,3), (2,3), (3,2), (6,5), (5,5)\}$ adalah suatu hubungan atas $A = \{1,2,3,4,5,6\}$. Maka bilangan unsur minima yang perlu ditambah ke dalam H supaya suatu hubungan kesetaraan \hat{H} terhasil ialah:
- (a) 6 (b) 7 (c) 8
(d) 9 (e) tidak ada jawapan yang sesuai
6. $H = \{(x,y) \in Z \times Z \mid x \equiv y \pmod{7}\}$ dan $[x] = \{y \in Z \mid y \equiv x \pmod{7}\}$. Maka:
- (a) $[15] \cap [3] = [0]$ (b) $[4] \cup [5] = [9]$
(c) $168 \in [0]$ (d) $1746 \in [6]$
(e) tidak ada jawapan yang sesuai
7. $H = \{x \mid 2x \equiv 4 \pmod{6}, 0 \leq x \leq 6, x \in Z\} \Rightarrow |H| =$
- (a) 3 (b) 4 (c) 5
(d) 6 (e) tidak ada jawapan yang sesuai
8. $\theta: W \rightarrow L$ adalah fungsi 1 – 1 dari set W ke set L . Maka salah satu pernyataan berikut tidak benar:
- (a) $w \in W \Rightarrow$ wujud $\ell \in L$ yang unik sedemikian $(w)\theta = \ell$.
(b) $w_1 = w_2 \Rightarrow (w_1)\theta = (w_2)\theta, w_i \in W$.
(c) $(w_1)\theta = (w_2)\theta \Rightarrow w_1 = w_2, w_i \in W$.
(d) $w_1 \neq w_2 \Rightarrow (w_1)\theta \neq (w_2)\theta$
(e) tidak ada jawapan yang sesuai
9. A, B dan C adalah set; $f: A \rightarrow B$ dan $g: B \rightarrow C$ adalah fungsi. Maka salah satu pernyataan berikut tidak benar:
- (a) f 1-1 dan g 1-1 $\Rightarrow f \circ g$ 1-1
(b) f keseluruhan dan g keseluruhan $\Rightarrow f \circ g$ keseluruhan
(c) $f \circ g$ 1-1 $\Rightarrow f$ 1-1
(d) $f \circ g$ keseluruhan $\Rightarrow f$ keseluruhan
(e) tidak ada jawapan yang sesuai

...3/-

10. A dan B adalah set sedemikian $|A|=3$ dan $|B|=2$. Maka bilangan fungsi keseluruhan dari A ke B ialah:

- (a) 6 (b) 7 (c) 8
 (d) 9 (e) tidak ada jawapan yang sesuai

11. Diberi $\theta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 3 & 5 & 7 & 6 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 4 & 5 & 3 & 7 & 6 \end{pmatrix} \in S_7$. Maka,

- (a) $|\theta|=3$ (b) $\theta = (576)(13)(24)$
 (c) $\theta^{-1} = (34)(21)(657)$ (d) $\theta = (12)(23)(34)(45)(56)(67)$
 (e) tidak ada jawapan yang sesuai

12. Takrifkan operasi '*' pada set nombor nyata R sedemikian $a * b = a + b - ab \forall a, b \in R$. Maka salah satu pernyataan berikut adalah salah:

- (a) * adalah suatu operasi binari (b) * adalah sekutuan
 (c) 0 adalah unsur identiti (d) peringkat bagi 2 ialah 2
 (e) tidak ada jawapan yang sesuai

13. Sistem $\langle G, \cdot \rangle$ berikut adalah suatu kumpulan kitaran jika G adalah:

- (a) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\} \subset M_{2 \times 2}$
 (b) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right\} \subset M_{2 \times 2}$
 (c) $\{e, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \subset A_4$
 (d) $\langle (12), (13) \rangle \subset S_4$
 (e) tidak ada jawapan yang sesuai

14. $g = [16] \in \langle Z_{29} - [0], \otimes \rangle \Rightarrow |g| =$

- (a) 2 (b) 3 (c) 4
 (d) 5 (e) tidak ada jawapan yang sesuai

15. $g = [14] \in \langle Z_{19} - [0], \otimes \rangle \Rightarrow g^{-1}$ ialah

- (a) [7] (b) [10] (c) [13]
 (d) [16] (e) tidak ada jawapan yang sesuai

...4/-

16. Salah satu pernyataan berikut adalah salah mengenai kumpulan simetri S_5 :
- $\exists x \in S_5$ sedemikian $|x| = 6$
 - $\exists H < S_5$ sedemikian $|H| = 6$
 - $\exists H < S_5$ sedemikian $|H| = 12$
 - $\exists H < S_5$ sedemikian $|H| = 4$
 - tidak ada jawapan yang sesuai
17. Salah satu sistem $\langle G, o \rangle$ berikut adalah kumpulan jika $G =$
- $\{g \mid g \in S_4, 1f = 1, 2f = 2, 3f = 4, 4f = 3\}$
 - $\{g \mid g \in S_3, g^2 = e\}$
 - $\{g \mid g \in A_4, g = g^{-1}\}$
 - $\{g \mid g \in A_5, g^4 = e\}$
 - tidak ada jawapan yang sesuai
18. G adalah suatu kumpulan terhingga sedemikian $x^2 = e \forall x \in G$. Maka salah satu pernyataan berikut tidak benar:
- $H < G \Rightarrow H \triangleleft G$
 - $H < G \Rightarrow H$ abelian
 - $Z(G) = \{e\}$
 - $H < K$ dan $K < G \Rightarrow HK < G$
 - tidak ada jawapan yang sesuai
19. A_n mempunyai suatu subkumpulan indeks 2 jika $n =$
- 3
 - 4
 - 5
 - 6
 - tidak ada jawapan yang sesuai
20. Bilangan hubungan kesetaraan yang tak serupa pada $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ialah:
- 16
 - 18
 - 20
 - 22
 - 24

...5/-

II. Ikut arahan dalam soalan I.

[100/100]

1. $G = \langle \mathbb{Z}_{31} - [0], \otimes \rangle$ dan $g = [7] \in G$. Maka
 - (a) $G = \langle g \rangle$
 - (b) $g^{17} = g^2$
 - (c) $|g| = 4$
 - (d) $\exists [x]$ dan $[y]$ dalam G sedemikian $[x] \otimes [y] \neq [y] \otimes [x]$
 - (e) tidak ada jawapan yang sesuai

2. $H < S_5$, (51234) dan $(45)(13) \in H$. Maka $|H| =$
 - (a) 8
 - (b) 12
 - (c) 16
 - (d) 24
 - (e) tidak ada jawapan yang sesuai

3. $H = \langle (4123) \rangle$ dan $K = \langle (24)(13) \rangle$ adalah subkumpulan dari S_4 . Maka salah satu pernyataan berikut adalah salah:
 - (a) $H \cup K < S_4$
 - (b) $HK < S_4$
 - (c) $|HK| = 8$
 - (d) HKH adalah kumpulan abelian
 - (e) tidak ada jawapan yang sesuai

4. Bilangan unsur yang berbentuk $(pq)(rs) \in S_5$ ialah:
 - (a) 9
 - (b) 12
 - (c) 15
 - (d) 17
 - (e) tidak ada jawapan yang sesuai

5. G adalah suatu kumpulan dan $|G| = 15$. Maka
 - (a) $g \in G \Rightarrow g^3 = e$
 - (b) $g \in G \Rightarrow g^5 = e$
 - (c) $G < S_5$
 - (d) G mempunyai suatu subkumpulan normal H dengan $|H| = 5$
 - (e) tidak ada jawapan yang sesuai

...6/-

6. $H = \langle (3214), (13) \rangle \Rightarrow |H| =$
- (a) 6 (b) 8 (c) 10
 (d) 12 (e) tidak ada jawapan yang sesuai
7. Diberi $K = \{e, (12)(34), (24)(13), (32)(41)\} < S_4$. Maka salah satu pernyataan berikut adalah salah:
- (a) $K(23) = (23)K$ (b) $K(21) = K(43)$
 (c) $K < S_4$ (d) $K\langle(13)\rangle$ adalah suatu kumpulan abelian
 (e) tidak ada jawapan yang sesuai
8. Diberi $K = \{e, (12)(34), (24)(13), (32)(41)\} < S_4$, maka S_4 / K
- (a) adalah isomorfik dengan $\langle Z_7 - [0], \otimes \rangle$
 (b) mempunyai suatu subkumpulan H sedemikian $|H| = 4$
 (c) mempunyai unsur x sedemikian $|x| = 5$
 (d) mempunyai subkumpulan normal H sedemikian $|H| = 2$
 (e) tidak ada jawapan yang sesuai
9. H dan K adalah subkumpulan bagi kumpulan G sedemikian $HK = KH$. Maka
- (a) $H \cap K < G$ (b) $HK < G$
 (c) HK adalah abelian (d) HK adalah kumpulan kitaran
 (e) tidak ada jawapan yang sesuai
10. $H = \langle (123)(45) \rangle$ dan $K = \langle (45)(67) \rangle$ adalah subkumpulan dari S_7 . Maka KH adalah isomorfik dengan
- (a) D_6 (b) A_4 (c) C_{12}
 (d) $C_2 \times C_6$ (e) tidak ada jawapan yang sesuai
11. Diberi $H = \langle (3546), (65) \rangle < S_6$, maka H isomorfik dengan
- (a) D_4 (b) Q (c) A_4
 (d) S_4 (e) tidak ada jawapan yang sesuai

...7/-

12. G dan H adalah kumpulan dan $\theta: G \rightarrow H$ adalah suatu homomorfisma. Pilih pernyataan yang salah:
- $K = \{g \mid (g)\theta = e_H, \text{ unsur identiti dari } H\}$ adalah suatu subkumpulan normal dari G
 - $(G)\theta < H$
 - G/K isomorfik dengan H
 - θ 1-1 $\Leftrightarrow |K| = 1$
 - tidak ada jawapan yang sesuai
13. G adalah suatu kumpulan. Salah satu pernyataan berikut adalah salah jika
- $|G| = p$ (nombor perdana) $\Rightarrow G \simeq \langle Z_p, \oplus \rangle$
 - $|G| = 4 \Rightarrow G \simeq \langle Z_5 - [0], \otimes \rangle$ atau $G \simeq K_4$
 - $|G| = 6 \Rightarrow G \simeq \langle Z_6, \oplus \rangle$ atau $G \simeq S_3$
 - $|G| = 8$ dan G mempunyai suatu unsur yang berperingkat 4 $\Rightarrow G \simeq Q$ atau $G \simeq D_4$
 - tidak ada jawapan yang sesuai
14. Salah satu pernyataan berikut adalah salah:
- $\langle Z_{1747}, \oplus, \otimes \rangle$ adalah suatu medan
 - $\langle Z[\sqrt{2}], +, \cdot \rangle$ adalah suatu domain integer
 - $\langle Z_{6583871}, \oplus, \otimes \rangle$ adalah suatu domain integer
 - Setiap gelanggang pembahagian terhingga adalah suatu medan
 - tidak ada jawapan yang sesuai
15. Salah satu pernyataan berikut adalah salah:
- $\langle M_{4 \times 4}, +, \cdot \rangle$ adalah suatu gelanggang tak tukar tertib
 - $\langle R[\sqrt{3}], +, \cdot \rangle$ adalah suatu medan
 - $\langle R, +, \cdot \rangle$ adalah suatu gelanggang
 - $\langle D, +, \times \rangle$ adalah suatu domain integer $\Rightarrow a \times b = a \times c$ mengakibatkan $b = c$
 - tidak ada jawapan yang sesuai

...8/-

16. Medan dengan n unsur tidak wujud jika $n =$:
- (a) 3 (b) 4 (c) 5
 (d) 6 (e) tidak ada jawapan yang sesuai
17. Suatu gelanggang $\langle B, +, \cdot \rangle$ disebut Boolean jika $b \cdot b = b \ \forall b \in B$. Salah satu pernyataan berikut adalah palsu mengenai B
- (a) $b + b = 0 \ \forall b \in B$ (b) $a, b \in B$ dan $a + b = 0 \Rightarrow a = b$
 (c) $a, b \in B \Rightarrow ab = ba$ (d) B adalah suatu domain integer
 (e) tidak ada jawapan yang sesuai
18. Hanya satu pernyataan berikut adalah benar:
- (a) $8^{103} \equiv 7 \pmod{13}$ (b) $2^{11213} \equiv 7 \pmod{11}$
 (c) $3^{47} \equiv 5 \pmod{23}$ (d) $5^{33} \equiv 5 \pmod{3}$
 (e) tidak ada jawapan yang sesuai
19. G adalah suatu kumpulan $H < G$ dan $[G : H] = 2$. Maka salah satu pernyataan berikut adalah palsu.
- (a) $H \triangleleft G$
 (b) $a \notin H, b \notin H \Rightarrow ab \in H$
 (c) G/H adalah suatu kumpulan kitaran
 (d) $\exists g \in G$ sedemikian $g^4 \notin H$
 (e) tidak ada jawapan yang sesuai
20. G adalah suatu kumpulan, $K \triangleleft G, H \triangleleft K$ dan $L < K$. Maka
- (a) $H \triangleleft G$ (b) $H \cap L \triangleleft K$
 (c) $H \cap L \triangleleft G$ (d) $H \cap L \triangleleft L$
 (e) tidak ada jawapan yang sesuai

III.

(a) G adalah suatu kumpulan, $H < K$ dan $K \triangleleft G$. Buktikan atau sangkalkan

(i) $H \cap K < G$

(ii) $H \cap K \triangleleft G$

(iii) $HK < G$

(iv) $HK \triangleleft G$

(v) $H/H \cap K \cong HK/K$

Gunakan Teorem Isomorfisma Pertama

[80/100]

(b) Buktikan set G_n yang mengandung unsur-unsur tak sifar dan bukan pembahagi zero dari Z_n adalah suatu kumpulan dengan pendaraban modulo n .

[20/100]

- ooo000ooo -

**PUSAT PENGAJIAN SAINS MATEMATIK
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA**

MAT 313 – Aljabar Moden I

Angka Giliran:

Bil. Tempat Duduk:
(gunakan angka)

Bagi setiap subsoalan dari soalan I dan II, tandakan pilihan anda dengan tandaan dalam kotak yang disediakan. Letakkan kertas jawapan ini di atas buku jawapan soalan III.

I	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					
9.					
10.					
11.					
12.					
13.					
14.					
15.					
16.					
17.					
18.					
19.					
20.					

II	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					
9.					
10.					
11.					
12.					
13.					
14.					
15.					
16.					
17.					
18.					
19.					
20.					