

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang 1995/96

Oktober/November 1995

MAT 301 Analisis Kompleks

Masa : [3 jam]

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Jika  $|z|=1$ ,  $z \neq 1$ , tunjukkan  $\operatorname{Ny}(z/(1-z)) = -\frac{1}{2}$ .
- (b) Selesaikan setiap persamaan berikut dengan meninggalkan jawapan dalam bentuk Cartesan.
- (i)  $z^2 = -3+4i$  (ii)  $z^3 = 3\sqrt{3}-3i$
- (iii)  $e^{iz} = -2-2\sqrt{3}i$  (iv)  $\cos z = \cosh 4$
- (c) (i) Tunjukkan imej tembereng garis mencancang  $x=3$ ,  $y=t$ ,  $\pi/5 < t < 6\pi/5$ , di bawah pemetaan  $w = e^z$  ialah semibulatan.
- (ii) Dapatkan cabang  $\log(3z-1)$  yang analisis pada setiap titik kecuali yang terletak pada garis  $\{x+iy : x=1/3, y \geq 0\}$ .
- (d) Jika  $n$  integer positif, buktikan bahawa

$$\left| \frac{\sin(n\theta/2)}{\sin(\theta/2)} \right| \leq n, \quad (\theta \neq 2k\pi, k \in I).$$

Petunjuk: Pertimbangkan  $z = e^{i\theta}$  dan ungkapan  $(1-z^n)/(1-z)$ .

[100/100]

2. (a) Jika  $u(x,y) = 3x^2y - y^3 + x + 2$ , dapatkan konjugat harmonik  $v$ .
- (b) Tentukan dimana fungsi berikut adalah terbezakan dan analisis. Dapatkan juga terbitannya.
- (i)  $f(z) = f(x+iy) = 2x^3 - 12x^2 + 24x - 3y - 11 + i(y^2 - 2y + 3x + 5)$ .
- (ii)  $f(z) = f(re^{i\theta}) = r^2 [(\cos 2\theta)(\ln r) - \theta \sin 2\theta + i((\sin 2\theta)(\ln r) + \theta \cos 2\theta)]$

...2/-

- (c) Cari tiga perwakilan siri Laurent bagi fungsi  $f(z) = 1/(2 - z - z^2)$  dalam kuasa  $z$ .
- (d) Andaikan fungsi  $f$  sebagai seluruh dan bersifat  $|f(z)| \leq Me^x$ ,  $z = x + iy$ , untuk setiap  $z$ . Tunjukkan wujud pemalar  $\alpha$ ,  $|\alpha| \leq M$ , supaya  $f(z) = \alpha e^z$ .

[100/100]

3. (a) Nilaikan setiap kamiran berikut.

(i)  $\int_B \frac{z^3 + 3z^2 + 5}{(z-1)^3} dz$  dengan  $B$  sebagai bulatan berarah positif  $|z - 1| = 1$ .

(ii)  $\int_B \frac{e^z}{z^2 + 4} dz$  dengan  $B$  sebagai bulatan berarah positif  $|z + i| = 2$ .

(iii)  $\int_K z \sin z dz$  dengan  $K$  sebagai suatu kontur dari  $-2i$  ke  $\pi + 2i$ .

(iv)  $\int_K z^{1+2i} dz$  dengan  $z^{1+2i}$  sebagai cabang prinsipal dan  $K$  kontur yang terletak di bahagian atas paksi- $x$  dari  $-1$  ke  $3$ .

(b) Jika  $G$  tembereng garis mencancang dari  $z = \pi$  ke  $z = \pi + i$ , tunjukkan

$$\left| \int_G e^{\sin z} dz \right| \leq 1.$$

(c) Andaikan fungsi  $f$  analisis dan mempunyai pensifar peringkat  $k$  pada  $z_0$ .  
Jika

$$F(z) = \int_{z_0}^z f(s) ds,$$

tunjukkan  $F$  mempunyai pensifar peringkat  $k + 1$  pada  $z_0$ .

(d) Cari nilai maksimum  $|z^2 + z - 2|$  pada cakera  $|z| \leq 1$ .

[100/100]

- ooo000ooo -