

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1997/98

September 1997

MAT 282 - Pengiraan Kejuruteraan I

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA soalan di dalam EMPAT halaman dan SATU halaman lampiran yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab MANA-MANA EMPAT soalan.

- 1.(a) Tunjukkan bahawa $f(x) = e^{-x} + \cos x - x^2 - 0.5$ mempunyai satu sifar di antara $x=0$ dan $x=1$. Gunakan Kaedah Newton untuk mendapatkan sifar ini dengan $x_0 = 1$ dan 3 lelaran. Bagi contoh ini terangkan dengan jelas sama ada penumpuan kuadratik akan tercapai.
- (b) Bagi suatu persamaan $f(x) = 0$, anggapkan x_0 ialah satu punca. Berikan syarat untuk Kaedah Newton menumpu secara kuadratik, dan buktikannya.
- (c) Gunakan Kaedah Gauss-Seidel untuk menyelesaikan sistem

$$\begin{pmatrix} 8 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & -1 \\ 0.5 & 0.5 & -2 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 5.798 \\ -1.96 \\ 2.4865 \end{pmatrix}$$

Mulakan dengan $\underline{x}_0 = (1, -1, -1)$ dan jalankan 2 lelaran untuk mendapatkan \underline{x}_1 dan \underline{x}_2 . Terangkan dengan jelas sama ada lelaran-lelaran kemudian akan menumpu.

(100/100)

...2/-

2.(a) Diberi fungsi $f(x)$ seperti berikut:

x	$f(x)$
1.1	0.646404
1.3	1.032501
1.5	1.429263
1.7	1.828844
1.9	2.223289
2.1	2.604846
2.3	2.966276

- (i) Bentukkan jadual beza sehingga $\Delta^4 f$.
- (ii) Gunakan rumus Newton ke depan berperingkat 3 untuk mencari $f(1.25)$ dan berikan ralatnya.
- (iii) Gunakan rumus Newton ke belakang berperingkat 3 untuk mencari $f(2.18)$ dan berikan ralatnya.
- (iv) Cari x supaya $f(x) = 1.729121$.

(b) Terbitkan rumus Newton ke depan.

(100/100)

3. Diberi fungsi $f(x)$ berikut:

x	$f(x)$
1.1	0.646404
1.3	1.032501
1.5	1.429263
1.7	1.828844
1.9	2.223289
2.1	2.604846
2.3	2.966276

- (a) Gunakan rumus Simpson $\frac{1}{3}$ dan $\frac{3}{8}$ untuk mencari $\int_{1.1}^{2.3} f(x) dx$. Berikan ralat masing-masing.

...3/-

(b) Cari $f'(1.7)$ dengan rumus

- (i) peringkat satu;
- (ii) peringkat dua;
- (iii) peringkat tiga.

Berikan ralat masing-masing.

(c) Terbitkan rumus Simpson $\frac{1}{3}$ dan ralatnya.

(100/100)

4.(a) Huraikan sistem $A \underline{x} = \underline{b}$ berikut:

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 0.25 & 0.5 \\ 1.0 & 2.5 & 0 \\ 0.5 & 0.25 & 1.5 \end{pmatrix} \underline{x} = \begin{pmatrix} 0.25 \\ 3.00 \\ -0.25 \end{pmatrix}$$

dalam bentuk $A = LU$ dan melalui penghuraian LU ini selesaikan sistem di atas.

(b) Selesaikan sistem

$$\begin{pmatrix} 3.12 & 0.50 & 1.24 \\ -1.02 & 2.85 & 0.98 \\ 0.21 & 0.62 & 1.09 \end{pmatrix} \underline{x} = \begin{pmatrix} 3.356 \\ -8.456 \\ -0.7122 \end{pmatrix}$$

melalui penghapusan Gauss dengan pemangsaan dan 4 digit. Kirakan sisa dan bincangkan kejitaan.

(c) Untuk sistem $A \underline{x} = \underline{b}$, berikan takrif untuk ralat \underline{e} dan sisa \underline{r} masing-masing. Terbitkan ketaksamaan

$$\frac{1}{\text{cond}(A)} \frac{\|\underline{r}\|}{\|\underline{b}\|} \leq \frac{\|\underline{e}\|}{\|\underline{x}\|} \leq \text{cond}(A) \cdot \frac{\|\underline{r}\|}{\|\underline{b}\|}.$$

(100/100)

...4/-

5. Pertimbangkan masalah nilai awal

$$y' = 2xy, \quad y(0) = 1.$$

- (a) Gunakan Kaedah Euler Ubahsuai untuk mencari $y(0.05)$ dan $y(0.1)$ dengan $h = 0.05$ dan berikan anggaran ralat masing-masing.

Apakah nilai h yang sesuai jika ralatnya kurang daripada 10^{-4} .

- (b) Dapatkan polinomial Taylor sehingga sebutan x^5 dan seterusnya nilaikan $y(0.1)$ dan $y(0.5)$ dengan memberikan ralat masing-masing.

- (c) Gunakan Kaedah Runge-Kutta peringkat 4 untuk mencari $y(0.1)$ dengan $h = 0.1$. Berikan ralatnya.

(100/100)

-ooo0ooo-

Lampiran 1

Rumus-Rumus

1.
$$x_i^{(m+1)} = \frac{b_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m+1)} - \sum_{j=i+1}^n \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m)}.$$
2.
$$P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_0 + \binom{s}{2} \Delta^2 f_0 + \dots + \binom{s}{n} \Delta^n f_0 + \binom{s}{n+1} h^{n+1} f^{(n+1)}(\xi).$$
3.
$$P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_{-1} + \binom{s+1}{2} \Delta^2 f_{-2} + \binom{s+2}{3} \Delta^3 f_{-3} + \binom{s+3}{4} \Delta^4 f_{-4} + \dots.$$
4.
$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n f_i \ell_i(x) \text{ dengan } \ell_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \left(\frac{x-x_j}{x_i-x_j} \right), \quad 0 \leq i \leq n.$$
5.
$$f'(x_0) = \frac{1}{h} \left(\Delta f_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 f_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 f_0 + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} \Delta^n f_0 \right) + \frac{(-1)^n}{n+1} h^n f^{(n+1)}(\xi).$$
6. **Ralat sejagat petua trapezium**

$$= -\frac{1}{12}(b-a) h^2 f''(\xi).$$
7.
$$\int_a^b f(x) dx = \frac{1}{3}h(f_1 + 4f_2 + 2f_3 + 4f_4 + 2f_5 + \dots + 2f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{180} h^4 f^{(4)}(\xi).$$
8.
$$\int_a^b f(x) dx = \frac{3}{8}h(f_1 + 3f_2 + 3f_3 + 2f_4 + 3f_5 + 3f_6 + \dots + 2f_{n-2} + 3f_{n-1} + 3f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{80} h^4 f^{(4)}(\xi).$$
9.
$$y_{n+1} = y_n + (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) / 6.0$$

$$K_1 = hf(x_n, y_n)$$

$$K_2 = hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}K_1\right)$$

$$K_3 = hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}K_2\right)$$

$$K_4 = hf(x_n + h, y_n + K_3)$$

-ooo0ooo-