

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1997/98

September 1997

MAT 263/MAT 362 - Teori Kebarangkalian

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA soalan di dalam LIMA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

Jawapannya mesti ditulis di dalam Bahasa Malaysia.

Sifir *New Cambridge Statistical Tables* disediakan. Alat penghitung boleh digunakan, dan ia disediakan oleh pelajar sendiri.

1. (a) Katakan X mempunyai fungsi taburan F ,

$$F(x) = P(X \leq x)$$

$$= \begin{cases} 0 & , & x < 1; \\ \frac{1}{16} & , & 1 \leq x < 3; \\ \frac{3}{16} & , & 3 \leq x < 4; \\ \frac{8}{16} & , & 4 \leq x < 7; \\ \frac{15}{16} & , & 7 \leq x < 15; \\ 1 & , & 15 \leq x; \end{cases}$$

Cari f.k.k. bagi X .

(20/100)

- (b) Katakan (X, Y) ialah pembolehubah rawak dengan f.k.k-nya diberikan di dalam jadual:

| $X \backslash Y$ | 1 | 2 |
|------------------|------|------|
| 1 | 1/15 | 2/15 |
| 2 | 2/15 | 3/15 |
| 3 | 3/15 | 4/15 |

...2/-

- Cari
- (i) f.k.k. sut bagi X ;
 - (ii) f.k.k. sut bagi Y ;
 - (iii) f.k.k. bersyarat bagi X diberikan $Y = 2$;
 - (iv) $P(XY < 4)$.

(20/100)

(c) Katakan (X, Y) ialah pembolehubah rawak yang f.k.k.-nya f .

$$f(x, y) = e^{-y}, \quad 0 < x < y < \infty$$

- (i) dapatkan fungsi penjana momen bagi (X, Y) ;
- (ii) dapatkan fungsi penjana momen bagi X ;
- (iii) dapatkan fungsi penjana momen bagi Y ;
- (iv) dapatkan pekali korelasi P bagi X dan Y .

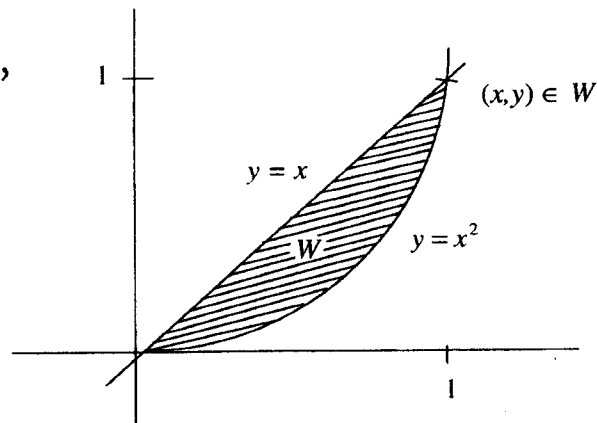
(60/100)

2. (a) Nyatakan dan buktikan Teorem Bayes.

(20/100)

(b) Katakan (X, Y) ialah pembolehubah rawak yang f.k.k.-nya ialah $f(x, y)$,

$$f(x, y) = A,$$



- (i) Cari nilai A ;
- (ii) Cari f.k.k. sut bagi X ;
- (iii) Cari f.k.k. sut bagi Y ;
- (iv) Cari f.k.k. bagi X diberikan $Y = \frac{1}{2}$;
- (v) Tentusahkan bahawa $E(E(X|Y)) = E(X)$;
- (vi) Adakah X dan Y tak bersandar?

(50/100)

...3/-

(c) Katakan X_1, X_2, \dots, X_n ialah pembolehubah rawak normal piawai. Katakan

$$T = \sqrt{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2},$$

Cari f.k.k. $h(x)$ bagi T .

Petunjuk:

f.k.k. bagi pembolehubah rawak khi kuasadua ialah $f(x)$, (darjah kebebasan n).

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} \cdot x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$$

(30/100)

3. (a) Nyatakan ketaksamaan Chebyshev.
Jika X mempunyai $E(X) = 3$, dan $\text{var}(X) = 4$, cari batas bawah bagi $P(0 < X < 6)$.

(20/100)

(b) Katakan X dan Y adalah tak bersandar dan

$$E(X) = \mu_1 = 0; V(X) = \sigma_1^2 = 1;$$

$$E(Y) = \mu_2 = 0; V(Y) = \sigma_2^2 = 1;$$

$$\text{Katakan } \begin{cases} W = X + Y \\ V = X - Y \end{cases}$$

Cari pekali korelasi bagi W dan V .

(30/100)

(c) Katakan X_1 dan X_2 ialah sampel rawak dari X yang f.k.k.-nya $f(x)$

$$f(x) = e^{-x}, \quad x > 0$$

$$\text{Katakan } \begin{cases} Y_1 = X_1 + X_2; \\ Y_2 = \frac{X_1}{X_1 + X_2}; \end{cases}$$

- (i) dapatkan f.k.k. tercantum bagi (Y_1, Y_2) ;
- (ii) cari f.k.k. sut bagi Y_1 ;
- (iii) cari f.k.k. sut bagi Y_2 ;
- (iv) adakah Y_1 dan Y_2 tak bersandar?

(50/100)

...4/-

4. (a) (i) Jika X dan Y adalah tak bersandar dan masing-masing mempunyai fungsi penjana momen

$$M_X(t) = (0.4 + 0.6e^t)^5 ;$$

$$M_Y(t) = (0.4 + 0.6e^t)^3 ;$$

cari $P(X > 7 - Y)$.

- (ii) Jika X mempunyai fungsi penjana momen

$$M_X(t) = e^{2t+8t^2}$$

dapatkan $P(2 < X < 6)$.

(30/100)

- (b) Katakan (X, Y) ialah pembolehubah rawak yang f.k.k.-nya ialah $f(x, y)$,

$$f(x, y) = e^{-(x+y)} ; 0 < x < y < \infty$$

katakan

$$\begin{cases} W = X + Y \\ V = Y \end{cases}$$

- (i) cari f.k.k. tercantum bagi (W, V)

- (ii) cari f.k.k. sut bagi W .

(40/100)

- (c) Katakan X_1, X_2, \dots, X_n ialah sampel rawak ringkas dari populasi Poisson dengan parameter μ . Katakan

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

- (i) cari fungsi penjana momen bagi \bar{X}

- (ii) cari taburan penghad bagi \bar{X} .

(30/100)

...5/-

5. (a) Suatu sampel saiznya 25 dipilih dari suatu populasi normal yang mempunyai min $\mu=2$ dan varians $\sigma^2=20$. Jika \bar{x} dan s^2 masing-masing menandakan min sampel dan varians sampel, cari

$$P(0 < \bar{x} < 2 ; 13.8 < s^2 < 36.4)$$

(30/100)

- (b) Katakan X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 adalah suatu sampel rawak dari suatu populasi yang f.k.k.-nya $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & ; \quad 0 < x < 4 \\ 0 & ; \quad \text{di tempat - tempat lain} \end{cases}$$

Katakan $U = \text{minimum} \{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\}$. Cari f.k.k. bagi U .

(30/100)

- (c) Katakan X_1, X_2, \dots, X_n adalah sampel rawak dari populasi $N(\mu, \sigma^2)$, jika

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i \quad \text{dan} \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 ,$$

Cari fungsi ketumpatan kebarangkalian bagi T ,

$$T = \frac{(\bar{X} - \mu)}{S / \sqrt{n}} .$$

(40/100)

- ooo0ooo -