

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1999/2000

April 2000

MAT 263 – Teori Kebarangkalian

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam TIGA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Pekali dalam persamaan $ax^2 + bc + c = 0$ ditentukan dengan melemparkan sebuah dadu adil. Carilah kebarangkalian persamaan itu mempunyai punca-punca nyata. (20/100)

- (b) Andaikan A , B dan C sebagai 3 peristiwa dan $P(A/C) \geq P(B/C)$ dan $P(A/C') \geq P(B/C')$. Tunjukkan bahawa $P(A) \geq P(B)$. (20/100)

- (c) Andaikan f.k.k. tercantum p.u.r. X dan Y diberi oleh

$$f(x, y) = \begin{cases} 4y(x-y)e^{-(x+y)} & , 0 < x < \infty \\ & , 0 \leq y \leq x \\ 0 & \text{d.t.l.} \end{cases}$$

- (i) Carilah f.k.k. bersyarat Y diberi $X = x$.
(ii) Dapatkan $E[Y / X = x]$. (30/100)
- (d) Suatu p.u.r. mempunyai f.k.k. seperti berikut:

$$f(x) = \begin{cases} c(4x^2 - 3) & , 0 < x < 2 \\ 0 & , \text{d.t.l.} \end{cases}$$

- (i) Dapatkan nilai c .
(ii) Dapatkan $P(\frac{1}{4} < x < 1.5)$
(iii) Tentukan fungsi taburan bagi X dan lakarkan fungsi ini. (30/100)

...2/-

April 2000

2. (a) Andaikan bahawa bilangan kesalahan menaip pada suatu muka surat sebuah buku adalah mengikut proses Poisson dengan $\lambda = \frac{1}{2}$ per muka surat.

- (i) Apakah kebarangkalian bahawa suatu muka surat tidak mempunyai sebarang kesalahan?
- (ii) Apakah kebarangkalian bahawa muka surat pertama yang didapati mempunyai kesalahan adalah pada muka surat kelima?
- (iii) Jika 10 muka surat disampel (dengan pengembalian) berapakah bilangan muka surat yang dijangka tiada kesalahan?

(30/100)

(b) Andaikan p.u.r. X dan Y mempunyai f.k.k. tercantum:

$$f(x, y) = \begin{cases} xe^{-(x+y)}, & x > 0, \quad y > 0 \\ 0, & \text{d.t.l.} \end{cases}$$

- (i) Adakah X dan Y tak bersandar?
- (ii) Dapatkan f.k.k. bersyarat bagi X diberi $Y = y$.

(30/100)

(c) Fungsi taburan bagi p.u.r. X diberikan seperti berikut:

$$\begin{aligned} F(x) &= 0 & x < 0 \\ &= \frac{x}{2} & 0 \leq x < 1 \\ &= \frac{2}{3} & 1 \leq x < 2 \\ &= \frac{11}{12} & 2 \leq x < 3 \\ &= 1 & x \geq 3 \end{aligned}$$

- (i) Plotkan graf $F(x)$
- (ii) Hitungkan $P(X < 3)$, $P(X = 1)$, $P(X > \frac{1}{2})$ dan $P(2 < x \leq 4)$

(40/100)

3. (a) Andaikan X dan Y sebagai dua p.u.r. diskrit dengan $P(X = x, Y = y)$ bagi $x = 1, 2$ dan $y = 1, 2$ seperti berikut:

	X	1	2
Y	1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
	2	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$

...3/-

- (i) Dapatkan f.k.k. bersyarat bagi X diberikan $Y = y$, $y = 1, 2$
 (ii) Adakah X dan Y tak bersandar?
 (iii) Hitung $P(XY \leq 3)$ dan $P(X + Y > 2)$

(50/100)

- (b) X dan Y merupakan 2 p.u.r. selanjur dengan f.k.k. tercantum seperti berikut:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{6}{7} \left(x^2 + \frac{xy}{2} \right) & , \quad 0 < x < 1 \quad , \quad 0 < y < 2 \\ 0 & , \quad \text{d.t.l.} \end{cases}$$

- (i) Tunjukkan bahawa fungsi ini sebenarnya ialah suatu f.k.k.
 (ii) Dapatkan fungsi taburan sut bagi X .
 (iii) Dapatkan $P(X > Y)$.

(50/100)

4. (a) Andaikan X sebagai satu p.u.r. yang tertabur secara Poisson dengan min μ .

- (i) Tunjukkan bahawa fungsi penjana momen bagi X ialah

$$m(t) = e^{\mu(e^t - 1)}.$$

- (ii) Andaikan X_1 dan X_2 sebagai p.u.r. tak bersandar dan tertabur secara Poisson, masing-masing dengan min μ_1 dan μ_2 . Dengan menggunakan teknik fungsi penjana momen, dapatkan taburan bagi $Y = X_1 + X_2$.

(30/100)

- (b) Katakan X_1 dan X_2 ialah sampel rawak dari X yang f.k.k.nya $f(x)$ diberi oleh

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad \text{d.t.l.} \end{cases}$$

$$\text{Katakan } \begin{cases} Y_1 = X_1 + X_2 \\ Y_2 = \frac{X}{X_1 + X_2} \end{cases}$$

- (i) dapatkan f.k.k. tercantum bagi (Y_1, Y_2)
 (ii) cari f.k.k. sut bagi Y_1 .
 (iii) cari f.k.k. sut bagi Y_2 .
 (iv) adakah Y_1 dan Y_2 tak bersandar?

(50/100)

- (c) Andaikan X sebagai suatu p.u.r. dengan min μ dan varians σ^2 . Tunjukkan untuk sebarang nombor positif k

$$P(|x - \mu| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2}$$

(20/100)