

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1997/98

September 1997

MAT 251 / MAT 351 - Pengantar Penyelidikan Operasi

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam LIMA halaman dan DUA lampiran yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Pengurus sebuah kilang membuat paip plastik berpeluang menggunakan dua kaedah berlainan untuk mengeluarkan sejenis paip plastik. Kaedah 1 menggunakan proses pengacuanan A, manakala kaedah 2 pula menggunakan pengacuanan B. Tidak kira kaedah mana yang digunakan, bahan-bahan mentah untuk membuat paip-paip itu mestilah melalui proses perleburan terlebih dahulu. Jadual berikut memberikan maklumat tentang masa (jam) pemprosesan yang diperlukan untuk pengeluaran setiap 100 kaki paip plastik.

Proses	Jam/100 kaki		Jumlah masa (jam) yang ada
	Kaedah 1	Kaedah 2	
Peleburan	2	2	100
Pengacuanan A	10	0	400
Pengacuanan B	0	8	360

Setiap 100 kaki paip yang dikeluarkan dengan kaedah 1 memerlukan 30 paun plastik mentah, manakala setiap 100 kaki paip yang dikeluarkan dengan kaedah 2 pula memerlukan hanya 25 paun plastik mentah. Kesemuanya terdapat sejumlah 1,350 paun plastik mentah di dalam simpanan kilang itu. Untuk memastikan bahawa pesanan-pesanan yang sedia ada dapat dipenuhi, kuantiti minimum pengeluaran paip plastik ialah sebanyak 3,000 kaki. Keuntungan daripada setiap 100 kaki paip plastik kaedah 1 ialah \$50, manakala keuntungan daripada setiap 100 kaki paip plastik kaedah 2 ialah \$80.

- (i) Rumuskan masalah ini sebagai suatu model pengaturcaraan linear dengan objektif memaksimumkan keuntungan.
- (ii) Tentukan penyelesaian bagi masalah ini dengan menggunakan graf.
- (iii) Berapakah keuntungan bagi setiap 100 kaki paip plastik yang dikeluarkan dengan menggunakan kaedah 1 perlu meningkat supaya pengeluaran dengan menggunakan kaedah itu wajar ditingkatkan?

...2/-

- (iv) Berpandukan kepada penyelesaian di dalam bahagian (ii), katakan pihak pengurusan dapat meningkatkan jumlah masa proses perleburan sebanyak 50 jam. Jika kos peningkatan jumlah masa itu ialah \$500, wajarkah ia dilakukan? Jelaskan kenapa.

(70/100)

- (b) Sebuah kilang penapis mengadunkan 4 jenis petrol mentah untuk menghasilkan 3 jenis bahanapi cecair. Data yang ada tentang proses pengadunan itu adalah seperti berikut:

Jenis petrol mentah	Kekadaran octane	Jumlah toang yag ada sehari	Harga setong
1	68	4000	\$1.02
2	86	5050	\$1.15
3	91	7100	\$1.35
4	90	4300	\$2.75

Jenis bahanapi cecair adunan	Kekadaran octane minimumnya	Harga jualan (\$/tong)	Corak permintaan
1	95	5.15	paling banyak 10,000 tong sehari
2	90	3.95	tiada had
3	85	2.99	sekurang-kurangnya 15,000 tong sehari

Petrol mentah yang tidak digunakan untuk membuat bahanapi cecair dapat dijual dengan harga \$2.95/tong jika kekadaran octaninya melebihi 90 dan dengan harga \$1.85/tong jika kekadaran octaninya kurang daripada 90. Bagaimanakah kilang itu dapat memaksimumkan jumlah keuntungan sehariannya?

Rumuskan masalah ini sebagai suatu model PL.

(30/100)

- 2. (a) Maklumat tentang suatu masalah campuran keluaran untuk mengeluarkan 2 bahan dengan menggunakan 3 sumber diberikan di dalam jadual berikut:

	Bil. sumber yang digunakan bagi pengeluaran setiap unit		Jumlah sumber yang ada
	Bahan 1	Bahan 2	
Sumber 1	1	0	40
Sumber 2	0	1	60
Sumber 3	4	2	240
Keuntungan seunit	\$30	\$50	

..3/-

- (i) Rumus masalah ini sebagai suatu model pengaturcaraan linear dengan objektif memaksimumkan keuntungan.
- (ii) Tentukan penyelesaian bagi masalah ini dengan menggunakan kaedah simpleks.
- (iii) Apakah julat bagi perubahan keuntungan sut bahan 1 yang tidak akan menjejaskan penyelesaian optimum semasa?
- (iv) Apakah julat bagi perubahan jumlah sumber 2 yang ada yang tidak akan menjejaskan ketersauran penyelesaian di dalam (ii)?
- (v) Katakan jumlah sumber 3 yang ada dapat ditambah sehingga sebanyak 50 unit lagi dengan kos \$2.50 seunit. Wajarkah penambahan itu dilakukan? Sekiranya wajar, sebanyak manakah harus ditambah?

(75/100)

(b) Cari penyelesaian tersaur asas awal Fasa II untuk masalah berikut:

Maksimumkan $x_1 + x_2 - 3x_3$

terhadap $4x_1 + 2x_2 \leq 10$

$2x_1 - 3x_2 - x_3 \geq 4$

$x_2 + x_3 = 6$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$

(25/100)

3. (a) Sebuah syarikat pembuat roti dapat menghasilkan "roti benggali" di dua buah kilangnya. Maklumat tentang kilang-kilang itu adalah seperti berikut:

Kilang	Kapasiti Pengeluaran (buku)	Kos Pengeluaran (¢/ buku)
A	2,500	23
B	2,100	25

Empat restoran berminat membeli roti tersebut. Permintaan dan harga yang sanggup dibayar oleh restoran itu adalah seperti berikut:

Restoran	Permintaan maksimum (buku)	Harga yang ditawarkan (¢/ buku)
1	1,800	39
2	2,300	37
3	550	40
4	1,750	36

...4/-

Kos penghantaran (dalam sen) sebuku roti dari kilang ke restoran adalah seperti berikut:

	Restoran 1	Restoran 2	Restoran 3	Restoran 4
Kilang A	6	8	11	9
Kilang B	12	6	8	5

Tentukan skedul penghantaran yang dapat memaksimumkan keuntungan. Selesaikan sebagai masalah pengangkutan.

(65/100)

- (b) Empat lokasi A, B, C, dan D setiap satunya memerlukan satu bahan ganti. Keempat-empat bahan ganti itu ada tersimpan di empat gudang yang berlainan. Jika jarak (batu) di antara gudang dan lokasi adalah seperti berikut, tentukan skedul penghantaran yang mempunyai jumlah jarak terkecil.

Gudang	Lokasi			
	A	B	C	D
1	48	48	50	44
2	56	60	60	68
3	96	94	90	85
4	42	44	54	46

(35/100)

4. (a) Data yang ada tentang suatu projek adalah seperti berikut:

Kegiatan	Kegiatan Pendahulu	Jangka masa (hari)		
		Optimis (a)	Paling boleh jadi (m)	Pesimis (b)
A	-	2	2	8
B	A	0.5	1	7.5
C	A	1	1.5	7
D	B, C	6	7	8
E	C	1	2.5	7
F	B, C	3	4	11
G	D, E	4	6	8
H	C	1	2	3

Apakah kebarangkalian projek ini dapat disiapkan dalam masa 20 hari?

(25/100)

...5/-

- (b) Sebuah projek boleh dipecahkan kepada 10 aktiviti, dan data terperinci mengenai setiap aktiviti itu adalah seperti yang berikut:

Aktiviti	Aktiviti Pendahulu	Jangka masa biasa (hari)	Kos nahas per hari (\$)	Nahas maksimum yang dibenarkan (had nahas) (hari)
A	-	5	70	2
B	J	7	70	3
C	F	6	80	3
D	F	5	20	2
E	H, B, D	3	-	0
F	-	4	90	1
G	A	3	-	0
H	C, G	4	90	2
I	B, D	4	-	0
J	-	4	100	1

- (i) Bentukkan satu rangkaian CPM yang mewakili projek di atas, dan dengan menggunakan jangka masa biasa, tentukan *masa permulaan terawal*, *masa permulaan terlewat* dan *jumlah apungan* setiap aktiviti. Paling cepat bilakah projek ini dapat disiapkan?
- (ii) Katakan tiga orang pekerja sahaja ditugaskan untuk menyiapkan projek ini, dan setiap aktiviti pula memerlukan seorang pekerja sahaja untuk menyiapkannya di dalam jangka masa biasa. Apabila sesuatu aktiviti iu dimulakan, ia mesti disiapkan tanpa sebarang gangguan. Dapatkan projek ini disiapkan secepat mungkin (seperti yang ditentukan di bahagian (i))? (Bentukkan skedul-skedul berkenaan).
- (iii) Ketepikan maklumat tentang pekerja yang diberikan di bahagian (ii). Jika bonus sebanyak \$250 akan diberikan untuk setiap hari percepatan penyiapan projek (percepatan dari jangka masa tercepat seperti yang ditentukan di bahagian (i)), tentukan polisi nahas terbaik.

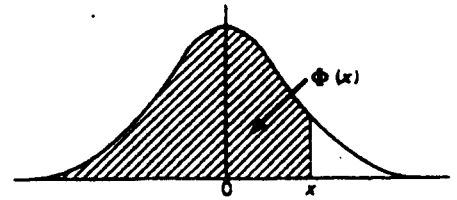
(75/100)

- ooo0ooo -

TABLE 4. THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION

The function tabulated is $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$. $\Phi(x)$ is

the probability that a random variable, normally distributed with zero mean and unit variance, will be less than or equal to x . When $x < 0$ use $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$, as the normal distribution with zero mean and unit variance is symmetric about zero.



x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)
0.00	0.5000	0.40	0.6554	0.80	0.7881	1.20	0.8849	1.60	0.9452	2.00	0.97725
.01	.5040	.41	.6591	.81	.7910	.21	.8869	.61	.9463	.01	.97778
.02	.5080	.42	.6628	.82	.7939	.22	.8888	.62	.9474	.02	.97831
.03	.5120	.43	.6664	.83	.7967	.23	.8907	.63	.9484	.03	.97882
.04	.5160	.44	.6700	.84	.7995	.24	.8925	.64	.9495	.04	.97932
0.05	0.5199	0.45	0.6736	0.85	0.8023	1.25	0.8944	1.65	0.9505	2.05	0.97982
.06	.5239	.46	.6772	.86	.8051	.26	.8962	.66	.9515	.06	.98030
.07	.5279	.47	.6808	.87	.8078	.27	.8980	.67	.9525	.07	.98077
.08	.5319	.48	.6844	.88	.8106	.28	.8997	.68	.9535	.08	.98124
.09	.5359	.49	.6879	.89	.8133	.29	.9015	.69	.9545	.09	.98169
0.10	0.5398	0.50	0.6915	0.90	0.8159	1.30	0.9032	1.70	0.9554	2.10	0.98214
.11	.5438	.51	.6950	.91	.8186	.31	.9049	.71	.9564	.11	.98257
.12	.5478	.52	.6985	.92	.8212	.32	.9066	.72	.9573	.12	.98300
.13	.5517	.53	.7019	.93	.8238	.33	.9082	.73	.9582	.13	.98341
.14	.5557	.54	.7054	.94	.8264	.34	.9099	.74	.9591	.14	.98382
0.15	0.5596	0.55	0.7088	0.95	0.8289	1.35	0.9115	1.75	0.9599	2.15	0.98422
.16	.5636	.56	.7123	.96	.8315	.36	.9131	.76	.9608	.16	.98461
.17	.5675	.57	.7157	.97	.8340	.37	.9147	.77	.9616	.17	.98500
.18	.5714	.58	.7190	.98	.8365	.38	.9162	.78	.9625	.18	.98537
.19	.5753	.59	.7224	.99	.8389	.39	.9177	.79	.9633	.19	.98574
0.20	0.5793	0.60	0.7257	1.00	0.8413	1.40	0.9192	1.80	0.9641	2.20	0.98610
.21	.5832	.61	.7291	.01	.8438	.41	.9207	.81	.9649	.21	.98645
.22	.5871	.62	.7324	.02	.8461	.42	.9222	.82	.9656	.22	.98679
.23	.5910	.63	.7357	.03	.8485	.43	.9236	.83	.9664	.23	.98713
.24	.5948	.64	.7389	.04	.8508	.44	.9251	.84	.9671	.24	.98745
0.25	0.5987	0.65	0.7422	1.05	0.8531	1.45	0.9265	1.85	0.9678	2.25	0.98778
.26	.6026	.66	.7454	.06	.8554	.46	.9279	.86	.9686	.26	.98809
.27	.6064	.67	.7486	.07	.8577	.47	.9292	.87	.9693	.27	.98840
.28	.6103	.68	.7517	.08	.8599	.48	.9306	.88	.9699	.28	.98870
.29	.6141	.69	.7549	.09	.8621	.49	.9319	.89	.9706	.29	.98899
0.30	0.6179	0.70	0.7580	1.10	0.8643	1.50	0.9332	1.90	0.9713	2.30	0.98928
.31	.6217	.71	.7611	.11	.8665	.51	.9345	.91	.9719	.31	.98956
.32	.6255	.72	.7642	.12	.8686	.52	.9357	.92	.9726	.32	.98983
.33	.6293	.73	.7673	.13	.8708	.53	.9370	.93	.9732	.33	.99010
.34	.6331	.74	.7704	.14	.8729	.54	.9382	.94	.9738	.34	.99036
0.35	0.6368	0.75	0.7734	1.15	0.8749	1.55	0.9394	1.95	0.9744	2.35	0.99061
.36	.6406	.76	.7764	.16	.8770	.56	.9406	.96	.9750	.36	.99086
.37	.6443	.77	.7794	.17	.8790	.57	.9418	.97	.9756	.37	.99111
.38	.6480	.78	.7823	.18	.8810	.58	.9429	.98	.9761	.38	.99134
.39	.6517	.79	.7852	.19	.8830	.59	.9441	.99	.9767	.39	.99158
0.40	0.6554	0.80	0.7881	1.20	0.8849	1.60	0.9452	2.00	0.9772	2.40	0.99180

TABLE 4. THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION (MAT 251/MAT 351)

<i>x</i>	$\Phi(x)$	<i>x</i>	$\Phi(x)$	<i>x</i>	$\Phi(x)$	<i>x</i>	$\Phi(x)$	<i>x</i>	$\Phi(x)$
2.40	0.99180	2.55	0.99461	2.70	0.99653	2.85	0.99781	3.00	0.99865
.41	.99202	.56	.99477	.71	.99664	.86	.99788	.01	.99869
.42	.99224	.57	.99492	.72	.99674	.87	.99795	.02	.99874
.43	.99245	.58	.99506	.73	.99683	.88	.99801	.03	.99878
.44	.99266	.59	.99520	.74	.99693	.89	.99807	.04	.99882
2.45	0.99286	2.60	0.99534	2.75	0.99702	2.90	0.99813	3.05	0.99886
.46	.99305	.61	.99547	.76	.99711	.91	.99819	.06	.99889
.47	.99324	.62	.99560	.77	.99720	.92	.99825	.07	.99893
.48	.99343	.63	.99573	.78	.99728	.93	.99831	.08	.99896
.49	.99361	.64	.99585	.79	.99736	.94	.99836	.09	.99900
2.50	0.99379	2.65	0.99598	2.80	0.99744	2.95	0.99841	3.10	0.99903
.51	.99396	.66	.99609	.81	.99752	.96	.99846	.11	.99906
.52	.99413	.67	.99621	.82	.99760	.97	.99851	.12	.99910
.53	.99430	.68	.99632	.83	.99767	.98	.99856	.13	.99913
.54	.99446	.69	.99643	.84	.99774	.99	.99861	.14	.99916
2.55	0.99461	2.70	0.99653	2.85	0.99781	3.00	0.99865	3.15	0.99918
								3.30	0.99952

The critical table below gives on the left the range of values of *x* for which $\Phi(x)$ takes the value on the right, correct to the last figure given; in critical cases, take the upper of the two values of $\Phi(x)$ indicated.

3.075	0.99990	3.263	0.99994	3.731	0.99999	3.916	0.99999
3.105	0.99991	3.320	0.99995	3.759	0.99999	3.976	0.99999
3.138	0.99992	3.389	0.99996	3.791	0.99999	4.055	0.99998
3.174	0.99993	3.480	0.99998	3.826	0.99999	4.173	0.99999
3.215	0.99994	3.615	0.99999	3.867	0.99999	4.417	1.00000

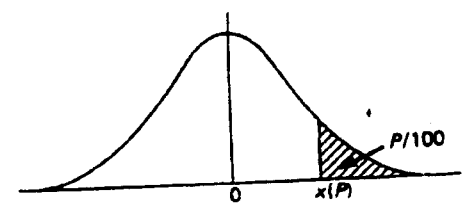
When $x > 3.3$ the formula $1 - \Phi(x) \approx \frac{e^{-x^2}}{x\sqrt{2\pi}} \left[1 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} - \frac{15}{x^6} + \frac{105}{x^8} \right]$ is very accurate, with relative error less than $945/x^{10}$.

TABLE 5. PERCENTAGE POINTS OF THE NORMAL DISTRIBUTION

This table gives percentage points $x(P)$ defined by the equation

$$\frac{P}{100} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x(P)}^{\infty} e^{-t^2/2} dt.$$

If *X* is a variable, normally distributed with zero mean and unit variance, $P/100$ is the probability that $X \geq x(P)$. The lower *P* per cent points are given by symmetry as $-x(P)$, and the probability that $|X| \geq x(P)$ is $2P/100$.



<i>P</i>	$x(P)$	<i>P</i>	$x(P)$	<i>P</i>	$x(P)$	<i>P</i>	$x(P)$	<i>P</i>	$x(P)$
50	0.0000	5.0	1.6449	3.0	1.8808	2.0	2.0537	1.0	2.3263
45	0.1257	4.8	1.6646	2.9	1.8957	1.9	2.0749	0.9	2.3656
40	0.2533	4.6	1.6849	2.8	1.9110	1.8	2.0969	0.8	2.4089
35	0.3853	4.4	1.7060	2.7	1.9268	1.7	2.1201	0.7	2.4573
30	0.5244	4.2	1.7279	2.6	1.9431	1.6	2.1444	0.6	2.5121
25	0.6745	4.0	1.7507	2.5	1.9600	1.5	2.1701	0.5	2.5758
20	0.8416	3.8	1.7744	2.4	1.9774	1.4	2.1973	0.4	2.6521
15	1.0364	3.6	1.7991	2.3	1.9954	1.3	2.2262	0.3	2.7478
10	1.2816	3.4	1.8250	2.2	2.0141	1.2	2.2571	0.2	2.8782
5	1.6449	3.2	1.8522	2.1	2.0335	1.1	2.2904	0.1	3.0902
								0.05	3.2905
								0.01	3.7190
								0.005	3.8906
								0.001	4.2649
								0.0005	4.4172