

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1999/2000

April 2000

MAT 251 – Pengantar Penyelidikan Operasi

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam EMPAT halaman dan DUA LAMPIRAN yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

- 1.(a) Bajako mengadun silikon dan nitrogen untuk menghasilkan dua jenis baja. Baja I mesti mengandungi sekurang-kurangnya 40% nitrogen dan dijual dengan harga RM70 sekilogram. Baja II mesti mengandungi sekurang-kurangnya 70% silikon dan dijual dengan harga RM40 sekilogram.

Bajako boleh mendapatkan sehingga 80 kg nitrogen pada harga RM15 per kg dan sehingga 100 kg silikon dengan harga RM10 per kg.

Andaikan kesemua baja yang dihasilkan dapat dijual, rumuskan suatu PL supaya Bajako dapat memaksimumkan keuntungan.

(50/100)

- (b) Piawaikan rumus PL berikut:

$$\text{Maksimumkan } z = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3$$

$$\text{Terhadap } x_1 + x_2 - x_3 \geq -5$$

$$-6x_1 + 7x_2 - 9x_3 \leq 4$$

$$x_1 + x_2 + 4x_3 = 10$$

dengan $x_1, x_2 \geq 0$ dan x_3 tak tersekat tanda.

(20/100)

- (c) Selesaikan masalah pengangkutan berikut:

		Destinasi				Bekalan
		I	II	III	IV	
Punca	A	20	11	3	6	5
	B	5	9	10	2	10
	C	18	7	4	1	5
Permintaan		3	3	12	12	

Tentukan jumlah kos (RM) pengangkutan yang minimum.

(30/100)

...2/-

- 2.(a) Sebuah syarikat menghasilkan tiga produk A, B dan C. Produk ini boleh dijual dengan tiada had permintaan dengan harga RM10, RM56 dan RM100 untuk seunit A, B dan C masing-masing.

Untuk menghasilkan seunit A memerlukan 1 jam tenaga kerja. Seunit B memerlukan 2 jam tenaga kerja serta 2 unit A yang telah siap. Seunit C memerlukan 3 jam tenaga kerja serta 1 unit B yang telah siap.

A, B dan C boleh dijual secara berasingan kecuali A yang digunakan untuk menghasilkan B dan juga B yang digunakan untuk menghasilkan C.

Sejumlah 40 jam masa tenaga kerja wujud. Rumuskan sebagai suatu model PL supaya pendapatan syarikat dapat dimaksimumkan.

(40/100)

- (b) Tablo berikut mewakili satu lelaran simpleks

Asas	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Penyelesaian
z	0	-5	0	4	-1	-10	0	0	620
x_8	0	3	0	-2	-3	-1	5	1	12
x_3	0	2	1	3	1	0	3	0	6
x_1	1	-1	0	0	6	-4	0	0	0

- (a) Tentukan pembolehubah (p.u.) yang keluar daripada penyelesaian jika p.u. yang akan masuk ialah

- (i) x_2 (ii) x_4 (iii) x_5 (iv) x_6 (v) x_7

- (b) Bagi setiap kes di bahagian (a), tentukan sama ada nilai z meningkat atau menurun, serta nyatakan kes-kes istimewa jika wujud.

[Panduan: Nyatakan sama ada z akan meningkat atau menurun sahaja tanpa memberikan nilai z atau tablo yang baru]

(40/100)

- (c) Selesaikan masalah umpukkan berikut:

		Mesin			
		1	2	3	4
Pengendali	1	5	5	-	2
	2	7	4	2	3
	3	9	3	5	-
	4	7	2	6	7

Tentukan jumlah masa (minit) yang minimum serta pengendali mana yang akan mengendalikan mesin ke berapa?

(20/100)

3.(a) Diberikan jadual kegiatan berikut:

Kegiatan	a	b	m
(1, 2)	4	8	6
(1, 3)	2	8	4
(2, 4)	1	7	3
(3, 4)	6	12	9
(3, 5)	5	15	10
(3, 6)	7	18	12
(4, 7)	5	12	9
(5, 7)	1	3	2
(6, 8)	2	6	3
(7, 9)	10	20	15
(8, 9)	6	11	9

Bagi setiap kegiatan diberikan anggaran a , b , dan m . Dapatkan lintasan genting untuk rangkaian ini, jumlah apungan dan apungan bebas bagi setiap kegiatan serta kebarangkalian projek boleh disiapkan di dalam masa 40 hari.

(50/100)

(b) Pertimbangkan masalah PL berikut:

Maksimumkan $z = 3x_1 + 2x_2$ (keuntungan)
 Terhadap $4x_1 + 3x_2 \leq 12$ (sumber 1)
 $4x_1 + x_2 \leq 8$ (sumber 2)
 $4x_1 - x_2 \leq 8$ (sumber 3)
 dengan $x_1, x_2 \geq 0$.

Tablo optimum yang didapati adalah:

Asas	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Penyelesaian
z	0	0	$5/8$	$1/8$	0	$17/2$
x_2	0	1	$1/2$	$-1/2$	0	2
x_1	1	0	$-1/8$	$3/8$	0	$3/2$
x_5	0	0	1	-2	1	4

- (i) Nyatakan status setiap sumber.
- (ii) Berikan nilai seunit setiap sumber.
- (iii) Jika ada peruntukan untuk menambah sumber, sumber yang manakah anda syorkan dan mengapa?
- (iv) Tentukan julat perubahan maksimum bagi sumber 1 supaya optimum semasa kekal.
- (v) Seperti bahagian (iv), tentukan pula untuk sumber 2.
- (vi) Berikan nilai z yang baru bagi perubahan di bahagian (iv) dan (v).
- (vii) Tentukan perubahan maksimum bagi pekali fungsi matlamat untuk p.u. x_1 supaya penyelesaian optimum semasa kekal.

(50/100)

4.(a) Selesaikan secara bergraf masalah PL berikut:

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan } z &= 4x_1 + x_2 \\ \text{Terhadap } x_1 + 2x_2 &= 6 \\ x_1 - x_2 &\geq 3 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 10 \\ \text{dengan } x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

(35/100)

(b) Pertimbangkan senarai kegiatan untuk membina sebuah rumah seperti berikut:

Kegiatan	Keterangan	Kegiatan Pendahulu	Jangkamasa (Hari)
A	Bina tapak	–	5
B	Bina dinding dan siling	A	8
C	Bina bumbung	B	10
D	Pendawaian	B	5
E	Pasang tingkap/pintu	B	4
F	Pasang hiasan luaran	E	6
G	Cat rumah	C, F	3

(i) Lakarkan rangkaian kegiatan dan tentukan lintasan gentingnya. Tunjukkan jumlah apungan dan apungan bebas setiap kegiatan.

Jika jangkamasa kegiatan dapat dikurangkan, kos penjimatan sehari ialah seperti berikut:

Kegiatan	Kos penjimatan sehari kegiatan	Masa pengurangan maksimum kegiatan (hari)
A	RM30	2
B	RM15	3
C	RM20	1
D	RM40	2
E	RM20	2
F	RM30	3
G	RM40	1

(ii) Jika dengan mengupah pekerja tambahan, jangkamasa setiap kegiatan dapat dikurangkan seperti yang terkandung di dalam jadual, berikan dua lelaran tambahan supaya jangkamasa keseluruhan projek dapat dikurangkan.

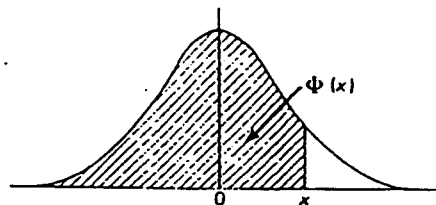
(65/100)

-ooo0ooo-

Lampiran 1

TABLE 4. THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION

The function tabulated is $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$. $\Phi(x)$ is the probability that a random variable, normally distributed with zero mean and unit variance, will be less than or equal to x . When $x < 0$ use $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$, as the normal distribution with zero mean and unit variance is symmetric about zero.



x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)
0.00	0.5000	0.40	0.6554	0.80	0.7881	1.20	0.8849	1.60	0.9452	2.00	0.97725
0.01	5040	0.41	6591	0.81	7910	0.21	8869	0.61	9463	0.01	97778
0.02	5080	0.42	6628	0.82	7939	0.22	8888	0.62	9474	0.02	97831
0.03	5120	0.43	6664	0.83	7967	0.23	8907	0.63	9484	0.03	97882
0.04	5160	0.44	6700	0.84	7995	0.24	8925	0.64	9495	0.04	97932
0.05	5199	0.45	6736	0.85	8023	1.25	0.8944	1.65	0.9505	2.05	0.97982
0.06	5239	0.46	6772	0.86	8051	0.26	8962	0.66	9515	0.06	98030
0.07	5279	0.47	6808	0.87	8078	0.27	8980	0.67	9525	0.07	98077
0.08	5319	0.48	6844	0.88	8106	0.28	8997	0.68	9535	0.08	98124
0.09	5359	0.49	6879	0.89	8133	0.29	9015	0.69	9545	0.09	98169
0.10	5398	0.50	6915	0.90	8159	1.30	0.9032	1.70	0.9554	2.10	0.98214
0.11	5438	0.51	6950	0.91	8186	0.31	9049	0.71	9564	0.11	98257
0.12	5478	0.52	6985	0.92	8212	0.32	9066	0.72	9573	0.12	98300
0.13	5517	0.53	7019	0.93	8238	0.33	9082	0.73	9582	0.13	98341
0.14	5557	0.54	7054	0.94	8264	0.34	9099	0.74	9591	0.14	98382
0.15	5596	0.55	7088	0.95	8289	1.35	0.9115	1.75	0.9599	2.15	0.98422
0.16	5636	0.56	7123	0.96	8315	0.36	9131	0.76	9608	0.16	98461
0.17	5675	0.57	7157	0.97	8340	0.37	9147	0.77	9616	0.17	98500
0.18	5714	0.58	7190	0.98	8365	0.38	9162	0.78	9625	0.18	98537
0.19	5753	0.59	7224	0.99	8389	0.39	9177	0.79	9633	0.19	98574
0.20	5793	0.60	7257	1.00	8413	1.40	0.9192	1.80	0.9641	2.20	0.98610
0.21	5832	0.61	7291	0.01	8438	0.41	9207	0.81	9649	0.21	98645
0.22	5871	0.62	7324	0.02	8461	0.42	9222	0.82	9656	0.22	98679
0.23	5910	0.63	7357	0.03	8485	0.43	9236	0.83	9664	0.23	98713
0.24	5948	0.64	7389	0.04	8508	0.44	9251	0.84	9671	0.24	98745
0.25	5987	0.65	7422	1.05	8531	1.45	0.9265	1.85	0.9678	2.25	0.98778
0.26	6026	0.66	7454	0.06	8554	0.46	9279	0.86	9686	0.26	98809
0.27	6064	0.67	7486	0.07	8577	0.47	9292	0.87	9693	0.27	98840
0.28	6103	0.68	7517	0.08	8599	0.48	9306	0.88	9699	0.28	98870
0.29	6141	0.69	7549	0.09	8621	0.49	9319	0.89	9706	0.29	98899
0.30	6179	0.70	7580	1.10	8643	1.50	0.9332	1.90	0.9713	2.30	0.98928
0.31	6217	0.71	7611	0.11	8665	0.51	9345	0.91	9719	0.31	98956
0.32	6255	0.72	7642	0.12	8686	0.52	9357	0.92	9726	0.32	98983
0.33	6293	0.73	7673	0.13	8708	0.53	9370	0.93	9732	0.33	99010
0.34	6331	0.74	7704	0.14	8729	0.54	9382	0.94	9738	0.34	99036
0.35	6368	0.75	7734	1.15	8749	1.55	0.9394	1.95	0.9744	2.35	0.99061
0.36	6406	0.76	7764	0.16	8770	0.56	9406	0.96	9750	0.36	99086
0.37	6443	0.77	7794	0.17	8790	0.57	9418	0.97	9756	0.37	99111
0.38	6480	0.78	7823	0.18	8810	0.58	9429	0.98	9761	0.38	99134
0.39	6517	0.79	7852	0.19	8830	0.59	9441	0.99	9767	0.39	99158
0.40	6554	0.80	7881	1.20	8849	1.60	0.9452	2.00	0.9772	2.40	0.99180

TABLE 4. THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION

x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)
2.40	0.99180	2.55	0.99461	2.70	0.99653	2.85	0.99781	3.00	0.99865	3.15	0.99918
.41	.99202	.56	.99477	.71	.99664	.86	.99788	.01	.99869	.16	.99921
.42	.99224	.57	.99492	.72	.99674	.87	.99795	.02	.99874	.17	.99924
.43	.99245	.58	.99506	.73	.99683	.88	.99801	.03	.99878	.18	.99926
.44	.99266	.59	.99520	.74	.99693	.89	.99807	.04	.99882	.19	.99929
2.45	0.99286	2.60	0.99534	2.75	0.99702	2.90	0.99813	3.05	0.99886	3.20	0.99931
.46	.99305	.61	.99547	.76	.99711	.91	.99819	.06	.99889	.21	.99934
.47	.99324	.62	.99560	.77	.99720	.92	.99825	.07	.99893	.22	.99936
.48	.99343	.63	.99573	.78	.99728	.93	.99831	.08	.99896	.23	.99938
.49	.99361	.64	.99585	.79	.99736	.94	.99836	.09	.99900	.24	.99940
2.50	0.99379	2.65	0.99598	2.80	0.99744	2.95	0.99841	3.10	0.99903	3.25	0.99942
.51	.99396	.66	.99609	.81	.99752	.96	.99846	.11	.99906	.26	.99944
.52	.99413	.67	.99621	.82	.99760	.97	.99851	.12	.99910	.27	.99946
.53	.99430	.68	.99632	.83	.99767	.98	.99856	.13	.99913	.28	.99948
.54	.99446	.69	.99643	.84	.99774	.99	.99861	.14	.99916	.29	.99950
2.55	0.99461	2.70	0.99653	2.85	0.99781	3.00	0.99865	3.15	0.99918	3.30	0.99952

The critical table below gives on the left the range of values of x for which Φ(x) takes the value on the right, correct to the last figure given; in critical cases, take the upper of the two values of Φ(x) indicated.

3.075	0.9990	3.263	0.9994	3.731	0.99990	3.916	0.99995
3.105	0.9990	3.320	0.9995	3.759	0.99991	3.976	0.99996
3.138	0.9991	3.389	0.9996	3.791	0.99992	4.055	0.99997
3.174	0.9992	3.480	0.9997	3.826	0.99993	4.173	0.99998
3.215	0.9993	3.615	0.9998	3.867	0.99994	4.417	1.00000
	0.9994		0.9999		0.99995		

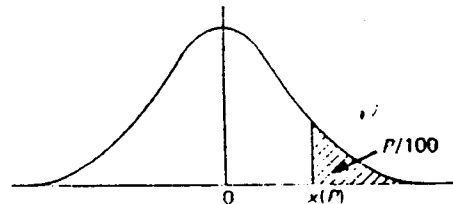
When $x > 3.3$ the formula $1 - \Phi(x) \doteq \frac{e^{-x^2}}{x\sqrt{2\pi}} \left[1 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} - \frac{15}{x^6} + \frac{105}{x^8} \right]$ is very accurate, with relative error less than $945/x^{10}$.

TABLE 5. PERCENTAGE POINTS OF THE NORMAL DISTRIBUTION

This table gives percentage points $x(P)$ defined by the equation

$$\frac{P}{100} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x(P)}^{\infty} e^{-t^2} dt.$$

If X is a variable, normally distributed with zero mean and unit variance, $P/100$ is the probability that $X \geq x(P)$. The lower P per cent points are given by symmetry as $-x(P)$, and the probability that $|X| \geq x(P)$ is $2P/100$.



P	x(P)	P	x(P)	P	x(P)	P	x(P)	P	x(P)	P	x(P)
50	0.0000	5.0	1.6449	3.0	1.8808	2.0	2.0537	1.0	2.3263	0.10	3.0902
45	0.1257	4.8	1.6646	2.9	1.8957	1.9	2.0749	0.9	2.3656	0.09	3.1214
40	0.2533	4.6	1.6849	2.8	1.9110	1.8	2.0969	0.8	2.4089	0.08	3.1559
35	0.3853	4.4	1.7060	2.7	1.9268	1.7	2.1201	0.7	2.4573	0.07	3.1947
30	0.5244	4.2	1.7279	2.6	1.9431	1.6	2.1444	0.6	2.5121	0.06	3.2389
25	0.6745	4.0	1.7507	2.5	1.9600	1.5	2.1701	0.5	2.5758	0.05	3.2905
20	0.8416	3.8	1.7744	2.4	1.9774	1.4	2.1973	0.4	2.6521	0.04	3.7100
15	1.0364	3.6	1.7991	2.3	1.9954	1.3	2.2262	0.3	2.7478	0.005	3.8906
10	1.2816	3.4	1.8250	2.2	2.0141	1.2	2.2571	0.2	2.8782	0.001	4.2649
5	1.6449	3.2	1.8522	2.1	2.0335	1.1	2.2904	0.1	3.0902	0.0005	4.4172