UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1987/88

MAT209 - Geometri

Tarikh: 2 November 1987

Masa: 2.15 petang - 5.15 petang (3 jam)

Jawab semua EMPAT soalan.

1. (a) OABC merupakan sebuah tetrahedron dengan bucu-bucu $O(0, 0, 0)$, $A(1, 4, 5)$, $B(2, 1, 0)$ dan $C(2, 1, 3)$. P membahagikan BC dalam nisbah 1:2. Cari

   (i) Isipadu tetrahedron OABC

   (ii) Luas ΔABC

   (iii) $\measuredangle OPA$

   (iv) Persamaan satah ABC

   (v) Selang nilai a supaya $(2a, a, 1)$ berada pada sebelah yang bertentangan dengan titik $(1, 0, 2)$ terhadap satah ABC.

   (35/100)

   (b) Katakan π ialah suatu satah yang melalui $A(5, 4, 1)$, $B(0, 1, 2)$ dan $C(3, 1, 2)$. Cari

   (i) Titik persilangan garis ℓ yang mempunyai persamaan $\underset{\sim}{P} = \langle 1, 2, 5\rangle + t\langle 4, 1, 2\rangle$ dengan satah π.

   (ii) Suatu titik V supaya $\vec{VA} + \vec{VB} = \vec{VC}$. Lepas itu, tunjukkan V, A, B dan C sesatah.

   (20/100)

.../2

(c) Tunjukkan titik P_0 dengan vektor kedudukan

$$\mathbf{P}_0 = \frac{\lambda_1(\mathbf{n}_2 \times \mathbf{n}_3) + \lambda_2(\mathbf{n}_3 \times \mathbf{n}_1) + \lambda_3(\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2)}{\mathbf{n}_1 \cdot (\mathbf{n}_2 \times \mathbf{n}_3)}$$

dengan

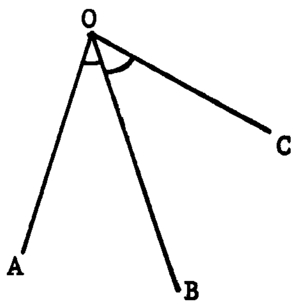
$$\mathbf{n}_1 \cdot (\mathbf{n}_2 \times \mathbf{n}_3) \neq 0$$

merupakan titik persilangan satah-satah $\pi_1 : \mathbf{P}\cdot\mathbf{n}_1 = \lambda_1$, $\pi_2 : \mathbf{P}\cdot\mathbf{n}_2 = \lambda_2$ dan $\pi_3 : \mathbf{P}\cdot\mathbf{n}_3 = \lambda_3$.

(15/100)

(d) (i) Buktikan $(\mathbf{u} \times \mathbf{v})\cdot(\mathbf{w} \times \mathbf{z}) = (\mathbf{u}\cdot\mathbf{w})(\mathbf{v}\cdot\mathbf{z}) - (\mathbf{v}\cdot\mathbf{w})(\mathbf{u}\cdot\mathbf{z})$.

(ii) Katakan OA, OB dan OC tidak sesatah. Jika $\measuredangle AOB = \measuredangle BOC$ maka buktikan $\theta_1 = \theta_2$ yang mana θ_1 ialah sudut di antara satah AOB dengan satah AOC dan θ_2 ialah sudut di antara satah AOC dengan satah BOC.



(30/100)

2\. (a) R, S dan T terletak pada suatu segmen PQ dengan R sebagai titik tengah PQ dan juga titik tengah ST. Tunjukkan jika $\mathbf{S} = \alpha\mathbf{P} + \alpha'\mathbf{Q}$ dengan $\alpha + \alpha' = 1$ maka $\mathbf{T} = \alpha'\mathbf{P} + \alpha\mathbf{Q}$.

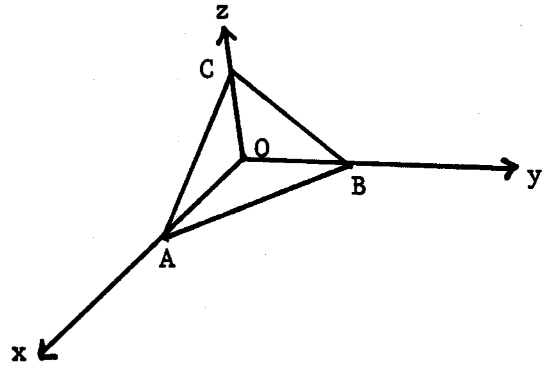
(15/100)

(b) H dan G masing-masing orthopusat dan sentroid ΔABC. Garis GH diberikan oleh persamaan $\mathbf{P} = t\mathbf{G} + (1 - t)\mathbf{H} : t \in \mathbb{R}$. Jika Z titik pada GH bila $t = 3/2$ maka tunjukkan ZA' bersudut tepat kepada BC yang mana A' titik tengah BC.

(15/100)

.../3

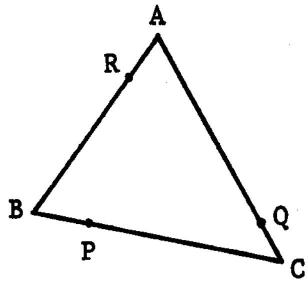
(c) Bucu-bucu ΔABC masing-masing terletak pada paksi-x, paksi-y dan paksi-z. Tunjukkan
$(\text{Luas } \Delta ABC)^2 = (\text{Luas } \Delta OAB)^2 + (\text{Luas } \Delta OAC)^2 + (\text{Luas } \Delta OBC)^2.$



(15/100)

(d) P, Q dan R masing-masing membahagikan sisi-sisi BC, CA dan AB kepada ΔABC dalam nisbah yang sama.

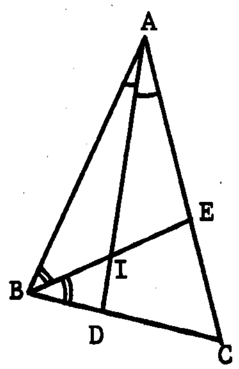
(i) Buktikan ΔABC dan ΔPQR mempunyai sentroid yang sama.



(ii) Katakan L dan M dua titik sesatah dengan ΔABC supaya BLQA dan ARMC membentuk dua segiempat selari. Buktikan RL dan QM selari dengan median yang melalui A.

(25/100)

(e) AD dan BE masing-masing membahagi dua sama $\measuredangle BAC$ dan $\measuredangle ABC$. Katakan $a = |\vec{BC}|$, $b = |\vec{CA}|$ dan $c = |\vec{AB}|$. Cari bagaimana D membahagikan BC. Andaikan I titik persilangan AD dengan BE, maka tunjukkan



$$I = \frac{a\underset{\sim}{A} + b\underset{\sim}{B} + c\underset{\sim}{C}}{a + b + c}$$

dan (Luas ΔDEF) : (Luas ΔABC) = $2abc : (a + b)(b + c)(c + a)$ yang mana F titik persilangan CI dengan AB.

(30/100)

.../4

3. (a) (i) Beri takrif Isometri.

(ii) Tentukan samada transformasi-transformasi berikut merupakan isometri

(1) $T(x, y) = (5 - x, -3 + y)$

(2) $T(x, y) = (x + 1, x + y - 1)$

(3) $T(x, y) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} x + \frac{1}{\sqrt{2}} y + 2 , \frac{1}{\sqrt{2}} x - \frac{1}{\sqrt{2}} y\right)$.

(20/100)

(b) M_ℓ ialah suatu pantulan pada garis ℓ dengan persamaan

$$\ell : x + 2y - 3 = 0$$

Cari

(i) $M_\ell(1, 3)$

(ii) $M_\ell(x, y)$

(iii) Persamaan C' yang mana $M_\ell(C) = C'$

dengan C suatu bulatan $(x - 2)^2 + y^2 = 1$.

(20/100)

(c) Tunjukkan $H_{0_1} H_{0_2} H_{0_3} \ldots H_{0_n}$ merupakan

(i) translasi jika n genap.

(ii) separuh pusingan jika n ganjil.

Cari vektor translasi untuk (i) dan pusat pusingan untuk (ii).

(30/100)

(d) (i) Jika S suatu isometri tak langsung maka buktikan S^2 suatu translasi.

(ii) Jika M_ℓ, M_m dan M_n tiga pantulan, maka buktikan $(M_\ell M_m M_n)^2$ merupakan suatu translasi. Kemudian tunjukkan $(M_m M_n M_\ell M_m M_n)^2$ merupakan suatu translasi dengan suatu vektor selari dengan garis ℓ.

(30/100)

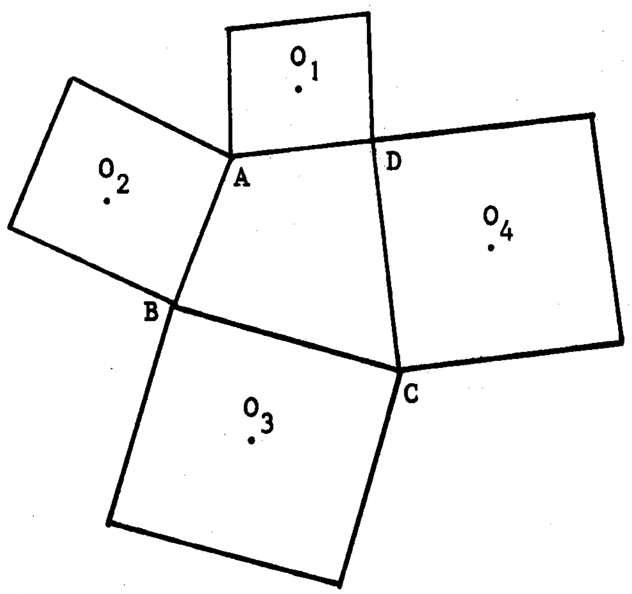
4. (a) Jika $T_{\underset{\sim}{v}}$ dan M_ℓ masing-masing merupakan suatu translasi dengan vektor $\underset{\sim}{v}$ dan pantulan pada garis ℓ maka buktikan $T_{\underset{\sim}{v}}^{-1} M_\ell T_{\underset{\sim}{v}}$ merupakan suatu pantulan. Andaikan $\underset{\sim}{v} = \langle 4, 6 \rangle$ dan $\ell : x + 2y = 3$, maka cari persamaan paksi pantulan $T_{\underset{\sim}{v}}^{-1} M_\ell T_{\underset{\sim}{v}}$.

(30/100)

(b) Katakan ΔABC mempunyai bucu-bucu $A(1, 3)$, $B(4, 1)$ dan $C(3, 5)$. Tentukan samada $H_c(4, 8)$ merupakan titik pendalaman ΔABC. Cari selang nilai $\lambda > 0$ supaya $EH_c(4, 8)$ merupakan titik pendalaman ΔABC yang mana E ialah suatu pembesaran berpusat di C dengan faktor λ.

(35/100)

(c) Segiempat-segiempat serbasama dibina sebelah luar sisi-sisi kepada segiempat ABCD. Andaikan O_1, O_2, O_3 dan O_4 adalah pusat-pusat segiempat serbasama, maka tunjukkan O_1O_3 bersudut tepat kepada O_2O_4 dan $|\overrightarrow{O_1O_3}| = |\overrightarrow{O_2O_4}|$.



(35/100)

- oooOOooo -