

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 1996/97

Oktober/November 1996

MAT 216 - Aljabar Linear dan Statistik II

Masa: [3 jam]

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam EMPAT halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Katakan  $S = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ a \\ b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$  dan  $T = \left\{ \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R} \right\}$ .

(i) Tunjukkan bahawa  $S$  adalah suatu subruang dari  $\mathbb{R}^3$ .

(ii) Cari  $S \cap T$ .

(iii) Tentukan sama ada  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$  merentang  $S$ .

(33/100)

(b)  $P_3$  merupakan set semua polinomial dalam  $x$  yang berdarjah kurang atau sama dengan 3 dan  $S = \{p(x), q(x), r(x)\}$  di mana  $p(x) = x^3 - 2x$ ,  $q(x) = x^2$  dan  $r(x) = x^2 + 2x + 1$ .

(i) Tunjukkan bahawa  $S$  tak bersandar linear.

(ii) Jika  $w(x) = x^3 + x^2 + 2x - 5$ , tentukan sama ada  $w(x)$  adalah suatu gabungan linear dari  $S$ .

(iii) Cari suatu asas  $P_3$  yang mengandungi  $S$ .

(33/100)

...2/-

- (c) (i) Katakan  $A = \{u, v\}$  adalah suatu subset dari suatu ruang vektor  $W$  dan  $L(A) = \{\alpha u + \beta v \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ . Tunjukkan bahawa  $L(A)$  adalah suatu subruang dari  $W$ .
- (ii) Katakan  $S = \{u_1, u_2\}$  dan  $T = \{v_1, v_2\}$  adalah subset dari suatu ruang vektor  $V$ . Jika wujud  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  yang bersifat penentu
- $$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0$$
- dan
- $$u_1 = av_1 + bv_2$$
- $$u_2 = cv_1 + dv_2,$$

tunjukkan bahawa  $L(S) = L(T)$ .

(22/100)

- (d)  $V$  adalah suatu ruang vektor dan  $u, v, w \in V$ . Jika  $\{u, v\}$  tak bersandar linear tetapi  $\{u, v, w\}$  bersandar linear, tunjukkan bahawa wujud  $a, b \in \mathbb{R}$  supaya

$$w = au + bv.$$

(12/100)

2. (a) Diberi  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 6 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

- (i) Cari polinomial cirian  $A$ .
- (ii) Cari bentuk Jordan  $A$ .
- (iii) Dengan menggunakan teorem Caley-Hamilton, cari  $A^{-1}$  dalam sebutan  $A$  dan  $I$ , di mana  $I$  adalah matriks identiti.

(40/100)

- (b) Katakan  $A \in M_{n \times n}$  dan  $\lambda$  ialah suatu nilai eigen bagi  $A$ .

- (i) Tunjukkan bahawa  $\lambda^k$  ialah suatu nilai eigen bagi  $A^k$ , di mana  $k$  suatu integer positif.
- (ii) Jika wujud suatu integer positif  $k$  supaya  $A^k = \underline{0}$  di mana  $\underline{0}$  adalah matriks sifar, tunjukkan bahawa  $\lambda = 0$ .
- (iii) Jika  $A \neq \underline{0}$  dan  $A^2 = A$ , tunjukkan bahawa  $\lambda = 0$  atau  $1$ .

(32/100)

...3/-

- (c) (i) Diberi  $A, B \in M_{n \times n}$  dan  $A \sim B$ . Tunjukkan bahawa nilai eigen bagi  $A$  dan  $B$  adalah sama.
- (ii) Katakan  $\lambda_1$  dan  $\lambda_2$  adalah nilai eigen bagi  $A$  dan  $x_1, x_2$  masing-masingnya adalah vektor eigen bagi  $A$  yang sepadanan. Jika  $\{x_1, x_2\}$  bersandar secara linear, tanpa menggunakan keputusan teorem, tunjukkan bahawa  $\lambda_1 = \lambda_2$ .

(28/100)

3. (a) Kandungan lemak (di dalam mg) di dalam burger 'BEEFY' diperhatikan daripada suatu sampel bersaiz 5 dan data berikut dihasilkan:

$$\bar{x} = 31.38, \quad s = 0.756$$

Bolehkah kita membuat kesimpulan pada aras keertian 5% bahawa kandungan lemak melebihi 30 mg di dalam sekeping daging burger tersebut?

(20/100)

- (b) Suatu kajian dijalankan untuk membuat perbandingan tentang ketinggian kanak-kanak berumur 5 tahun di dua buah negara. Keputusan berikut diperolehi daripada sampel yang diambil daripada setiap negara:

$$\begin{array}{lll} n_1 = 120 & \bar{x}_1 = 62.7 \text{ cm} & s_1 = 2.5 \text{ cm} \\ n_2 = 150 & \bar{x}_2 = 61.8 \text{ cm} & s_2 = 2.62 \text{ cm} \end{array}$$

Uji sama ada terdapat perbezaan bererti di antara ketinggian kanak-kanak di dua buah negara ini pada aras keertian 5%.

(25/100)

- (c) Untuk menguji keberkesanan sejenis ubat penahan sakit, 80 orang di sebuah klinik diberikan ubat tersebut dan 80 orang lagi diberi 'placebo'. Apakah yang kita boleh simpulkan tentang keberkesanan ubat tersebut jika 56 orang yang diberi ubat tersebut merasa kurang sakit dan 38 orang yang diberi 'placebo' merasa kurang sakit. Guna  $\alpha = 0.01$ .

(25/100)

...4/-

- (d) Seorang jurutera menetapkan bahawa rod besi yang digunakan di dalam pembinaan sebuah bangunan mesti mempunyai min kekuatan putus tertentu. Adalah dipercayai bahawa kekuatan putus rod besi bertaburan normal dengan sisihan piawai 200 newton. Sampel rod besi diambil secara rawak untuk menguji hipotesis

$$H_0 : \mu = 2000$$

$$H_A : \mu = 1800$$

Apakah saiz sampel yang perlu diambil supaya  $P$  (ralat jenis I) = 0.05 dan  $P$  (ralat jenis II) = 0.1?

(30/100)

4. (a) Di dalam suatu kajian tentang kesan hujan ( $x$ ) terhadap pengurangan amoun bahan pencemar udara ( $y$ ) didapati bahawa hasil tambah kuasa dua pembolehubah-pembolehubah tersebut adalah seperti berikut:

$$S_{xx} = 19.26$$

$$S_{yy} = 804.22$$

$$S_{xy} = -121.8$$

$$n = 9$$

- (i) Hitungkan pekali korelasi,  $r$   
 (ii) Tafsirkan pekali korelasi,  $r$   
 (iii) Jalankan ujian hipotesis yang pekali sebenar adalah 0. Guna aras keertian 0.05.

(40/100)

- (b) Katakan 300 orang dipilih daripada suatu populasi yang besar dan dikelaskan mengikut taraf persekolahan dan pendapat mereka tentang isu penggantungan pengedar dadah. Keputusan berikut diperolehi:

	Tidak Bersekolah	Sekolah Rendah	Sekolah Menengah	Universiti	
Menyokong	19	82	89	54	244
Membangkang	9	13	27	7	56
	28	95	116	61	300

Ujikan hipotesis sama ada taraf persekolahan seseorang itu tak bersandar dengan pendapatnya tentang isu penggantungan pengedar dadah. Gunakan  $\alpha = 0.05$ .

(30/100)

- (c) Tunjukkan bahawa statistik ujian  $T = \frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}}$  setara dengan statistik ujian  $F = \frac{MSR}{MSE}$  bagi ujian  $H_0 : \beta_1 = 0$ .

(30/100)

ooo000ooo