UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1987/88

MAT163 - Statistik Permulaan

Tarikh: 28 Oktober 1987

Masa: 2.15 ptg. - 5.15 ptg.
(3 jam)

Jawab mana-mana LIMA soalan. Semua soalan mesti dijawab di dalam Bahasa Malaysia. Sifir New Cambridge Statistial Table disediakan. Alat penghitung "Non-Programmable" boleh digunakan.

1. (a) Yang berikut adalah jadual taburan frekuensi:

kelas	frekuensi f_i	tanda kelas x_i	$u_i = \frac{1}{C}(x_i - D)$	$u_i f_i$	$u_i^2 f_i$
1 - 10	4				
11 - 20	15		0		
21 - 30	22		1		
31 - 40	15				
41 - 50	4				
	60				

(i) Tentukan nilai C dan D dan lengkapkan jadual di atas.

(ii) Carikan mediannya.

(iii) Dengan berpandukan kepada jadual di atas yang telah dilengkapkan, carikan min dan variansnya.

(40/100)

(b) Jika A, B, C adalah peristiwa yang saling tak bersandar, dan $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{2}{5}$, carikan

(i) $P(A \cup B \cup C)$.

(ii) $P[\bar{A} \cap (B \cup C)]$

(30/100)

.../2

(c) Sebuah kotak mengandungi 2 biji guli merah dan 3 biji guli hitam. Guli-guli dikeluarkan secara rawak tanpa penggantian, sehingga dua guli merah itu telah diperolehi. Katakan X ialah bilangan guli yang dikeluarkan untuk proses rawak tersebut. Dapatkan jadual taburan kebarangkalian bagi X.

(30/100)

2. (a) Carikan min dan varians bagi pembolehubah rawak X yang fungsi ketumpatan kebarangkaliannya f,

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x, & -1 < x < 0 \\ 1 - x, & 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{tempat-tempat lain} \end{cases}$$

(30/100)

(b) Satu proses rawak dijalankan seperti berikut:

Sebiji dadu adil dilemparkan dan proses ini diberhentikan jika bilangan mata yang muncul kurang daripada 4. Jika bilangan mata yang muncul ialah 4 atau lebih, sekeping duit syiling adil dilambungkan.

(i) Senaraikan ruang sampel proses rawak ini.

(ii) Berapakah kebarangkalian bahawa bilangan mata yang muncul kurang daripada 4 dan kepala muncul?

(30/100)

(c) Suatu tempat sambungan telefon mengawal panggilan luar dan panggilan dalam. Bilangan panggilan luar X bertaburan Poisson dengan kadar a panggilan/minit dan bilangan panggilan dalam Y bertaburan Poisson dengan kadar b panggilan/minit dan X dan Y adalah tak bersandar, a, b pemalar, $a > 0$, $b > 0$.

(i) Dapatkan kebarangkalian $P(X \leq 1, Y \leq 1)$

(ii) Tunjukkan bahawa $P(X + Y = 4) = \dfrac{e^{-(a+b)}}{4!}(a + b)^4$.

(40/100)

3. (a) X ialah pembolehubah rawak selanjar dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian f.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}k, & -1 < x < 0 \\ kx, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & \text{tempat-tempat lain} \end{cases}$$

.../3

(i) Tentukan nilai pemalar k,

(ii) Jika X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 dan X_6 ialah satu sampel rawak daripada populasi X, berapakah kebarangkalian bahawa tepat 3 daripadanya bernilai kurang daripada 0?

(40/100)

(b) X ialah pembolehubah rawak diskrit tak terhingga dengan fungsi jisim kebarangkalian f,

$$f(x) = k(\tfrac{3}{4})(\tfrac{1}{4})^{x-1}, \quad x = 1, 2, 3, \ldots$$

(i) Tentukan nilai pemalar k.

(ii) Dapatkan min E(X) dan varians V(X) bagi X.

(30/100)

(c) Katakan A, B, C adalah peristiwa yang saling tak bersandar. Tunjukkan bahawa $\bar{A}$, $\bar{B}$ dan $\bar{C}$ adalah saling tak bersandar.

(30/100)

4. (a) X ialah pembolehubah rawak selanjar yang fungsi ketumpatan kebarangkaliannya ialah f,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 - x) & , \quad -1 < x < 1 \\ 0 & , \quad \text{tempat-tempat lain} \end{cases}$$

(i) Carikan $P(X > -\frac{1}{2} \mid X < 0)$

(ii) Dapatkan fungsi taburan F(z),

(30/100)

(b) Taburan tercantum bagi tiga pembolehubah rawak diskrit x, y, z adalah seperti yang berikut:

$$\begin{aligned}
P(x = 0,\ y = 0,\ z = 1) &= 0.1 \\
P(x = 0,\ y = 2,\ z = 2) &= 0.1 \\
P(x = 1,\ y = 1,\ z = 1) &= 0.1 \\
P(x = 1,\ y = 1,\ z = 2) &= 0.1 \\
P(x = 1,\ y = 2,\ z = 1) &= 0.1 \\
P(x = 1,\ y = 2,\ z = 2) &= 0.1 \\
P(x = 2,\ y = 1,\ z = 2) &= 0.2 \\
P(x = 2,\ y = 2,\ z = 2) &= 0.2
\end{aligned}$$

(i) Dapatkan taburan bagi pembolehubah rawak R, R = xyz.

(ii) Adakah x, y, z saling tak bersandar? Terangkan.

(30/100)

.../4

(c) (i) Nyatakan dengan jelas Teorem Had Memusat.

(ii) Suatu populasi selanjar X mempunyai min $\mu = 10$ dan sisihan piawai $\sigma = 4$. Jika sampel rawak sebanyak 100 cerapan diambil, berapakah kebarangkalian bahawa min sampel terletak di antara 9.5 dan 11?

(40/100)

5. (a) Satu populasi bertaburan secara normal dengan min μ dan sisihan piawai $\sigma = 12$. Seorang pakar statistik ingin menggunakan min sampel $\bar{X}$ sebagai anggaran bagi μ. Berapa besarkah sampel patut diambil supaya beza di antara min sampel dan min populasi kurang daripada 2 unit dengan kebarangkalian tidak kurang daripada 0.90?

(30/100)

(b) Sampel yang tak bersandar dari dua populasi normal dengan varians sepunya σ^2 memberikan maklumat yang berikut:

sampel	saiz sampel	$\bar{X}$	Σx_i^2
dari populasi I	10	45	20295
dari populasi II	8	42	14146

(i) Dapatkan anggaran bagi σ^2.

(ii) Binakan satu selang keyakinan 95% bagi $(\mu_1 - \mu_2)$, μ_1 ialah min bagi populasi I dan μ_2 ialah min bagi populasi II.

(30/100)

(c) Daripada 140 orang pesakit selsema, 60 pesakit diberikan ubat A dan 80 yang lain diberikan ubat B. Selepas suatu tempoh masa, 50 pesakit yang diberikan ubat A telah sembuh dan 55 pesakit yang diberikan ubat B telah sembuh. Berdasarkan maklumat ini, bolehkah kita menyatakan bahawa ubat A lebih berkesan daripada ubat B? Gunakan paras keertian $\alpha = 0.05$.

(40/100)

6. (a) Sebuah syarikat pencelup tayar tempatan mendakwa bahawa min "masa hayat" tayar celupnya ialah 30,000 kilometer, dengan sisihan piawai 5000 kilometer. Untuk menguji

H_o : $\mu = 30{,}000$

H_A : $\mu < 30{,}000$

satu sampel 64 cerapan diambil dan jka $\bar{X} < 28{,}500$, maka H_o akan ditolak.

.../5

(i) Hitungkan kebarangkalian ralat jenis I, α.

(ii) Hitungkan kebarangkalian ralat jenis II, β apabila $\mu = 28,000$.

(30/100)

(b) Satu penyelidikan dijalankan untuk membandingkan pencapaian di dalam kertas Matematik SPM untuk pelajar-pelajar dari bandar dan pelajar-pelajar dari luar bandar. 100 orang pelajar diambil secara rawak dari bandar dan didapati min markah $\bar{X} = 74$ dan sisihan piawai $S_1 = 14$, manakala 120 orang pelajar dari luar bandar memberikan min markah $\bar{Y} = 70$ dan sisihan piawai $S_2 = 10$. Bolehkah kita menyatakan bahawa pencapaian pelajar dari bandar lebih baik daripada pelajar dari luar bandar? Gunakan $\alpha = 0.05$.

(30/100)

(c) Dua kaedah A dan B yang berlainan digunakan untuk menentukan kandungan X di dalam sejenis ubat. Setiap butir biji pil di dalam sampel dibahagi dua. Kaedah A digunakan ke atas sebahagian daripada biji pil itu, dan kaedah B digunakan ke atas sebahagian lain.

Butir	Kaedah A	Kaedah B
1	186	180
2	286	278
3	106	109
4	193	188
5	243	232
6	192	190
7	223	224

(i) Adakah dua kaedah itu menghasilkan ukuran yang sama? Gunakan $\alpha = 0.05$.

(ii) Nyatakan sebarang anggapan yang diperlukan.

(40/100)

- oooOOooo -