

6UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 1999/2000

April 2000

MAT 122 – Persamaan Pembezaan I

Masa: [3 jam]

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam DUA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

- 1.(a) Tentukan suatu fungsi  $M(x, y)$  supaya persamaan pembezaan berikut adalah tepat

$$M(x, y)dx + \left( xe^{xy} + 2xy + \frac{1}{x} \right) dy = 0.$$

- (b) Persamaan  $y(2xy + 1)dx + x(1 + 2xy - x^3y^3)dy = 0$  mempunyai suatu faktor pengamir dalam bentuk  $1/(xy)^k$ . Tentukan nilai  $k$  dan kemudian selesaikan persamaan ini.
- (c) Tentusahkan bahawa  $y = cx$  adalah suatu penyelesaian bagi persamaan pembezaan  $xy' = y$  bagi setiap nilai parameter  $c$ . Dapatkan sekurang-kurangnya dua penyelesaian bagi masalah nilai awal

$$\begin{aligned} xy' &= y \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$$

Perhatikan bahawa fungsi tertakrif cebis demi cebis

$$y = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

memenuhi syarat  $y(0) = 0$ . Adakah ia suatu penyelesaian bagi masalah nilai awal di atas? Sokong penjelasan anda dengan teorem yang sesuai.

(100 markah)

- 2.(a) Tunjukkan bahawa  $y = x$  adalah suatu penyelesaian bagi persamaan Legendre peringkat satu

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0, \quad -1 < x < 1,$$

dan dapatkan suatu penyelesaian tak bersandar linear kedua.

...2/-

- (b) Selesaikan persamaan Bernoulli

$$\frac{dy}{dx} + y = y^2(\cos x - \sin x).$$

- (c) Selesaikan persamaan linear

$$(x + y) dx + (3x + 3y - 4) dy = 0.$$

(100 markah)

- 3.(a) Selesaikan  $(D^2 - 4D + 4)y = x^3e^{2x} + xe^{2x}$  jika diberikan  $D = \frac{d}{dx}$ .

- (b) Selesaikan

$$4y'' + 36y = \csc 3x.$$

(Petunjuk:  $\csc x = \frac{1}{\sin x}$ )

(100 markah)

- 4.(a) Selesaikan persamaan pembezaan

$$y'' - x^2y' - y = 0$$

sekitar titik biasa  $x = 0$ . Nyatakan selang di mana penyelesaian ini sah.

- (b) Dapatkan penyelesaian am bagi sistem homogen

$$X' = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix} X$$

- (c) Sistem

$$\begin{aligned} x' &= 4x - 2y \\ y' &= -2x + 4y \end{aligned}$$

menyatakan pengaruh populasi dua spesies yang bersaing terhadap kadar pertumbuhannya. Katakan populasi awal ialah  $x(0) = 5000$  dan  $y(0) = 2000$ .

- (i) Tentukan populasi bagi kedua-dua spesies pada masa  $t$ .  
(ii) Bilakah spesies kedua pupus?

(100 markah)

-ooo0ooo-