

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1995/96

April 1996

SEU312 - Matematik Untuk Ahli Ekonomi

Masa: [3 Jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LAPAN muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

ARAHAN:

- I. Jawab LIMA (5) soalan dari Bahagian A dan DUA (2) soalan dari Bahagian B.
- II. Semua soalan mesti dijawab di dalam buku jawapan.
- III. Anda boleh menggunakan mesinkira saintifik tetapi tanpa pemrograman.

Bahagian A (60 markah)

Jawab LIMA (5) soalan sahaja dari bahagian ini.

1. Dapatkan terbitan pertama bagi fungsi-fungsi berikut:

(a) $y = (x^2 - 5x + 6)(x^2 - 9)$,

(b) $z = \frac{2x^2 - 18}{x^2 - 2x - 3}$,

(c) $u = (e^{3x^2 - 4x})(\ln x)^3$,

(d) Fungsi tersirat berbentuk: $xy^2 + x^2 - 6xy + 9y^2 = 0$. Carikan dy/dx .

2. Nilai kan kamilan-kamilan berikut:

(a) $\int \frac{24x^3 - 9}{2x^4 - 3x} dx$,

(b) $\int x^3 e^{x^4 + 5} dx$,

(c) $\int \frac{3x}{3x^2 - 8x - 3} dx$,

(d) $\int_{y=0}^2 \int_{x=2}^0 (x^2 + y) dx dy$

(12 markah)

3. (a) Buktikan bahawa fungsi $y = 81x^4$ tidak mempunyai fungsi songsang. Nyatakan dalam keadaan apakah fungsi tersebut memperolehi fungsi songsang?

(b) Fungsi utiliti pengguna Makan Kambing A/L Makan Gajah berbentuk:

$$U = x^2 - 4xy + 4y^2, \text{ dan garis belanjawannya ialah:}$$

$$M = x + 2y ;$$

di mana $U =$ utiliti, $x =$ daging ayam, $y =$ daging kambing, $M =$ pendapatan pengguna tersebut.

Sekiranya y adalah pembolehubah bersandar, x adalah pembolehubah tak bersandar, $U = 16$, dan garis belanjawan menyetuhi fungsi utiliti pada titik optimum, carikan utiliti marginal terhadap x (MU_x), utiliti marginal terhadap y (MU_y) dan kadar penggantian marginal x untuk y ($MRS_{x,y}$).

(c) Fungsi untung marginal Syarikat Aladdin Sdn. Bhd. mengambil bentuk:

$$\frac{d\pi}{dQ} = 5 - 0.02Q ,$$

Jika paras output = 10, paras untung = 54,

(i) Carikan fungsi untung.

(ii) Hitungkan paras untung jika output = 20.

...3/-

- (d) Fungsi hasil purata Awang Abang Atan Ali diwakali oleh:

$$P = 2 - 0.25Q, \text{ di mana jumlah hasil adalah maksimum.}$$

Apakah keanjalan permintaan harga jika $P = 1$?

(12 markah)

4. (a) Tentukan sama ada fungsi:

$$U = 2x^3 + y^3 - 6x - 12y$$

mempunyai titik maksimum, minimum, pelana, bengkok balas atau titik yang tidak boleh ditentukan.

- (b) Gunakan kaedah pengganda Lagrange untuk mendapatkan titik optimum bagi fungsi pengeluaran:

$$Q = 2x^2 + xy + y^2 + 100,$$

tertakluk kepada kekangan $x + y - 100 = 0$,

di mana $Q = \text{output}$, $x = \text{input buruh}$, dan $y = \text{input modal}$.

Tunjukkan syarat peringkat kedua (Sempadan Hessian). Anda boleh menggunakan kaedah pertama atau kaedah kedua untuk menentukan titik optimum tersebut.

- (c) Encik Tua bin Lama mempunyai sebuah kedai antik. Fungsi nilai antiknya berbentuk $V = 2,500\sqrt{t}$. Jika kadar pertumbuhan barang antik syarikat tersebut menyamai 6%, carikan masa (t) yang amat sesuai untuk beliau menjual antiknya. [Perhatikan bahawa kadar pertumbuhan = $V'(t)/V$].

- (d) Fungsi permintaan dan Fungsi penawaran Syarikat Hati Baik Sdn. Bhd., sebuah firma yang menjual barang perlu, berbentuk:

$$P + Q^2 = 25 \text{ (fungsi permintaan),}$$

$$P - 2Q = 1 \text{ (fungsi penawaran),}$$

- (i) Carikan paras keseimbangan dan hitungkan lebihan pengguna dari $Q = 0$ hingga ke titik keseimbangan tersebut.

- (ii) Hitungkan juga lebihan pengeluar (sewa ekonomi) dari $Q = 0$ hingga ke titik keseimbangan.

- (iii) Apakah nilai lebihan sosial?

(12 markah)

5. (a) Selesaikan persamaan pembeza peringkat pertama seperti di bawah:

$$xy \frac{dy}{dx} = \frac{1+x^2}{1+y}$$

- (b) Carikan penyelesaian bagi persamaan beza peringkat pertama seperti berikut:

$$y_t - 0.3y_{t-1} - 1 = 0$$

- (c) Dapatkan penyelesaian bagi persamaan pembeza peringkat kedua seperti berikut:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + y = 2$$

- (d) Selesaikan persamaan beza peringkat kedua seperti di bawah:

$$y_{t+2} + 3y_{t+1} + 2y_t = 4$$

(12 markah)

6. (a) Apakah perbezaan di antara ekonomi matematik dengan ekonometrik?
(b) Bincangkan peranan yang dimainkan oleh matematik di dalam ilmu ekonomi.
(c) Sekiranya anda menggunakan pakej "**Mathematica**" untuk menghitung pembezaan dan kamiran untuk fungsi-fungsi dan persamaan seperti di bawah, tuliskan setiapnya di dalam bahasa pakej tersebut:

(i) Carikan dy/dx untuk fungsi $y = x^2 + \ln x^3 + e^x + 5$,

(ii) Nilaikan $\int(x^2 + 5x + 8)dx$,

(iii) Carikan pembezaan separa terhadap x : $u = x^2 + 2xy + y^2$ (iaitu $\partial u/\partial x$),

- (iv) Selesaikan persamaan pembeza peringkat pertama seperti berikut:

$$dy/dx + 5y = 6$$

(12 markah)

Bahagian B (40 markah)

Jawab **DUA** (2) soalan sahaja dari Bahagian ini.

7. (a) Model Makroekonomi terbuka Negara Semulajadi memperoleh identiti dan fungsi gelagat seperti berikut:

(1) $Y \equiv C + I + G_0 + X_0 - M$

(2) $C = a + bY_D$

(3) $Y_D = Y - T$

(4) $T = t_0 + t_1Y$

(5) $I = I_0 - jr + kY$

(6) $M = m_0 + m_1Y + m_2E$

di mana Y = pendapatan negara, C = penggunaan, I = pelaburan, G_0 = perbelanjaan kerajaan autonomi, X_0 = eksport autonomi, M = import, T = cukai kerajaan, r = kadar bunga, E = kadar pertukaran asing,

$a, b, t_i, I_0, j, k, m_j$ adalah pintasan dan parameter, dan $i = 0,1; j = 0,1,2$.

(i) Berikan fungsi pendapatan negara dalam bentuk:

$$Y = \frac{a + \dots}{1 + \dots}$$

(ii) Dapatkan nilai pengganda terhadap cukai autonomi ($\partial Y/\partial t_0$), nilai pengganda terhadap kadar bunga ($\partial Y/\partial r$), dan nilai pengganda terhadap kadar pertukaran asing ($\partial Y/\partial E$).

(iii) Jika $b = 0.8, t_1 = 0.25, k = 0.3, m_1 = 0.2$ dan perbelanjaan kerajaan meningkat (∂G_0) sebanyak \$10 billion, berapakah nilai peningkatan pendapatan negara (∂Y)?

(b) Syarikat Otak Elektronik Sdn. Bhd. (OEC) mengeluarkan 2 jenis komputer; 1 = komputer perseorangan (PC) dan 2 = komputer buku nota (Note Book).

Fungsi permintaan terhadap kedua-dua jenis produk komputer adalah seperti berikut:

$Q_1 = 400 - P_1$

$Q_2 = 200 - 1.5 P_2$

...6/-

Fungsi jumlah kos OEC ialah:

$TC = 6000 + 100Q$, di mana $Q = Q_1 + Q_2$

- (i) Hitungkan paras harga dan output pada paras untung maksimum. Tunjukkan syarat peringkat kedua.
- (ii) Hitungkan keanjalan permintaan harga untuk kedua-dua jenis komputer pada paras untung maksimum.
- (iii) Andaikan OEC menjual kedua-dua jenis komputer dengan harga yang sama dan jika permintaan terhadap setiap jenis komputer dan struktur kosnya tidak berubah, carikan paras output pada paras untung maksimum.

(20 markah)

8. (a) Fungsi pengeluaran mingguan Syarikat Kasut W & W Sdn. Bhd. diwakili oleh:

$Q = 50L^{1/3}K^{2/3}$,

di mana Q = bilangan pasang kasut, L = input buruh dalam Ringgit sejam, K = input modal dalam ratus Ringgit.

- (i) Hitungkan keluaran marginal buruh dan keluaran marginal modal.
- (ii) Sekiranya L = RM12 dan pengeluar tersebut ingin mengeluarkan 500 pasang kasut pada setiap minggu, hitungkan nilai L dan K pada paras kos yang minimum.
- (iii) Hitungkan kecerunan fungsi pengeluaran ini apabila Q = 1600 pasang kasut.

(b) Hasil marginal Loji Motorsikal Nasional untuk mengeluarkan x unit motorsikal mengambil bentuk:

$\frac{dR}{dx} = 8 - 0.8x$,

dan hasil yang diterima daripada satu unit motorsikal ialah RM 12 (dalam ratus Ringgit).

- (i) Dapatkan fungsi jumlah hasil untuk loji tersebut.
- (ii) Hitungkan jumlah hasil selepas menjual 4 unit motorsikal.
- (iii) Lukiskan fungsi jumlah hasil bertentangan dengan unit motorsikal (x) di atas kertas graf yang dibekalkan.

(20 markah)

9. (a) Model Makroekonomi tertutup di Negara Bulan Sabit mengambil bentuk:

$$Y_t = C_t + I_0 + G_0$$

$$C_t = 0.75Y_{t-1} + 120$$

$$I_0 = 100, G_0 = 120$$

(i) Andaikan $Y_0 = 1800$, selesaikan persamaan beza peringkat pertama (Y_t).

(ii) Tafsirkan sama ada sistem ekonomi negara tersebut stabil atau tidak stabil.

(b) (i) Dengan menggunakan Teorem Euler, buktikan kehomogenan fungsi:

$$f(x, y, z) = 2xyz + 6x^2y + 2y^2z \text{ dan tentukan peringkatnya.}$$

(ii) Gunakan kaedah biasa untuk membuktikan kehomogenan fungsi:

$$f(x, y) = \frac{(x + y)^2 + 2xy}{3x^2y}, \text{ kemudian tentukan peringkatnya}$$

(iii) Buktikan bahawa fungsi pengeluaran Cobb-Douglas $Q = 2K^{0.7}L^{0.3}$ adalah homogenous dan tentukan sama ada ia mempunyai pulangan malar skel, pulangan bertambah lebih skel atau pulangan berkurangan skel.

(20 markah)

10. (a) Syarikat Ali (A) dan Syarikat Bala (B) ingin mengeluarkan sejenis jentera yang boleh menjana kuasa elektrik dengan menggunakan kuasa angin. Sekiranya kos penyelidikan untuk setiap syarikat boleh dipaparkan seperti di dalam jadual seperti berikut:

**Syarikat Ali & Syarikat Bala
Kos Penyelidikan (dalam Juta Ringgit)**

	Membuat Penyelidikan	Tidak Membuat Penyelidikan
	A,B	A,B
Membuat Penyelidikan	6,6	2,9
Tidak Membuat Penyelidikan	9,2	2,2

- (i) Tentukan nilai keseimbangan Nash dan berikan penjelasan yang munasabah.
 - (ii) Berikan rajah pokok (tree diagram) untuk menjelaskan masalah serbasalah banduan tersebut.
 - (iii) Apakah kegunaan teori permainan di dalam bidang ekonomi?
- (b) Encik Lidah Panjang (LP), seorang penjual insurans nyawa ingin menjual polisi insurans nyawa kepada Datuk Lari Singh (LS), seorang jutawan yang memiliki dua buah syarikat: Apala Singh Bhd. (A), di Kuala Lumpur, dan Babu Singh Bhd. (B), di Petaling Jaya. Akan tetapi sukar untuk Encik LP mencari Datuk LS kerana beliau hanya pergi ke A jika perniagaan di A meningkat. Sungguh pun demikian, setiausaha Datuk LS telah mencatat maklumat yang berguna untuk Encik LP tentang syarikat yang telah dihadiri oleh Daruk LS. Datanya boleh disenaraikan seperti berikut:

Hari	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Syarikat	A	B	B	A	B	B	B	A	A	B	B	A	B	A	B

- (i) Anda dikehendaki menggunakan teknik Rantai Markov (Markov Chain) untuk membantu Encik Panjang Lidah menghitung probabiliti kehadiran Datuk Lari Singh di Syarikat A dan Syarikat B pada hari ke 16.
- (ii) Apakah probabiliti Datuk Lari Singh akan berada di Syarikat A dan Syarikat B pada hari ke 17?

(markah 20)