UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1995/96

Mac/April 1996

MAA 116 - Aljabar Linear dan Statistik I

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **KEEMPAT-EMPAT** soalan.

1.(a) Bagi taburan kekerapan di bawah, dapatkan min, median, varians dan modnya.

selang kelas	kekerapan
10 - 14	8
15 - 19	28
20 - 24	27
25 - 29	12
30 - 34	4
35 - 39	1
	80

[20/100]

(b) Min bilangan kemalangan pada suatu simpang jalan raya ialah 3 sebulan. Dapatkan kebarangkalian bahawa:

(i) tiada kemalangan berlaku dalam satu bulan tertentu.
(ii) tepat 5 kemalangan berlaku dalam masa 2 bulan berturut-turut.
(iii) dalam masa satu tahun tertentu, terdapat tepat 3 bulan di mana tiada kemalangan berlaku.

[20/100]

...2/-

(c) Data berikut didapati daripada suatu ujikaji yang direka untuk menentukan sama ada terdapat perbezaan yang ketara di antara min-min berat (gram) yang diperolehi dengan menggunakan dua penimbang:

Spesimen Batu	Penimbang I	Penimbang II
1	12.13	12.17
2	17.56	17.61
3	9.33	9.35
4	11.40	11.42
5	28.62	28.61
6	10.25	10.27
7	23.37	23.42
8	16.27	16.26
9	12.40	12.45
10	24.78	24.75

(i) Dengan $\alpha = 0.01$, uji sama ada beza antara min-min berat yang diperolehi dengan dua penimbang tersebut, bererti atau tidak.

(ii) Dapatkan selang keyakinan 95% bagi beza di antara penimbang-penimbang.

(iii) Yang mana lebih bermaklumat; keputusan daripada ujian hipotesis atau selang keyakinan?

[60/100]

2.(a) Bina suatu plot tangkai-dan-daun bagi data berikut:

1.38	1.42	1.13	1.26	1.35
1.42	1.59	1.57	1.40	1.57
1.21	1.28	1.42	1.64	1.55
1.39	1.43	1.58	1.40	1.18

[20/100]

(b) Suatu sistem pemasangan elektronik mengandungi dua subsistem, A dan B. Daripada ujian-ujian yang lepas, kebarangkalian berikut didapati:

$$P(A \text{ gagal}) = 0.20$$
$$P(B \text{ sahaja gagal}) = 0.15$$
$$P(\text{kedua-dua } A \text{ dan } B \text{ gagal}) = 0.15$$

Nilaikan kebarangkalian berikut:

(i) $P(A \text{ gagal} \mid B \text{ gagal})$

(ii) $P(A \text{ sahaja gagal})$

[20/100]

...3/-

(c) Suatu perkhidmatan ambulan mendakwa bahawa sekurang-kurangnya separuh daripada panggilan kecemasan yang diterimanya adalah kecemasan kritikal. Untuk menguji dakwaan ini, suatu sampel rawak diambil daripada fail-failnya dan didapati bahawa hanya 63 daripada 150 panggilan adalah kecemasan kritikal. Uji hipotesis nol $p = 0.50$ bertentangan suatu hipotesis alternatif yang sesuai pada $\alpha = 0.05$.

[30/100]

(d) Seorang penyelidik ingin membanding pengetahuan peristiwa semasa bagi pelajar-pelajar pra-universiti dari aliran sains dengan aliran sastera. Suatu sampel 60 pelajar daripada setiap aliran sains dan sastera diberi suatu ujian khas. Jika pelajar-pelajar sains memperolehi markah purata 76.4 dengan sisihan piawai 5.0, manakala pelajar-pelajar sastera memperolehi markah purata 71.8 dengan sisihan piawai 4.6, uji sama ada beza antara kedua-dua min sampel bererti atau tidak pada aras keertiaan 0.01.

[30/100]

3.(a) (i) Jika $f(x) = x^2 - 4x + 1$ dan $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, tunjukkan $f(A) = \tilde{0}$.

(ii) Jika $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$ dan $B \in M_{n \times n}$ dengan $f(B) = \tilde{0}$, tunjukkan B tak singular.

[25/100]

(b) Cari semua nilai λ such supaya $\begin{pmatrix} 1 & \lambda & \lambda^2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$ singular.

[25/100]

(c) Katakan $A = [a_{ij}] \in M_{n \times n}$, I_n adalah identiti $n \times n$ dan $f(t) = \det(tI_n - A)$

(i) Tunjukkan bahawa $f(t)$ adalah suatu polinomial berdarjah n.

(ii) Cari koefisien t^n dalam $f(t)$.

(iii) Cari sebutan malar dalam $f(t)$.

[25/100]

(d) Diberikan $|A| = 4$ dan adj $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 2 \\ 5 & 1 & -12 \end{pmatrix}$, selesaikan $AX = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

[25/100]

4.(a) Cari nilai k supaya sistem

$$x\begin{pmatrix}k\\1\\1\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}1\\k\\1\end{pmatrix}+z\begin{pmatrix}1\\1\\k\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$$

(i) mempunyai penyelesaian unik.
(ii) mempunyai banyak penyelesaian.
(iii) tidak konsisten.

[25/100]

(b) Jika $AX = B$ mempunyai lebih dari satu penyelesaian, tunjukkan ia mempunyai bilangan penyelesaian yang tak terhingga.

[25/100]

(c) Tunjukkan A kalis tukar tertib dengân B jika dan hanya jika $(A - kI)$ kali tukar tertib dengan $(B - kI)$ untuk semua $k \in \mathbb{R}$.

[20100]

(d) (i) Katakan $H = [h_{ij}]$ matrik $n \times n$, dengan

$$h_{ij} = \begin{cases} \dfrac{1}{i+j-2}, & i \neq j \\ 2, & i = j. \end{cases}$$

Buktikan bahawa matriks ini simetri.

(ii) Katakan A dan B merupakan matriks simetri. Buktikan bahawa AB simetri jika dan hanya jika $AB = BA$.

[30/100]

oooOooo