UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1999/2000

April 2000

MAA 111 - Aljabar Linear

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam DUA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. Pertimbangkan sistem persamaan linear berikut:

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + x_3 &= b_1 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 &= b_2 \\ 5x_1 + 4x_2 \phantom{{}+x_3} &= b_3 \end{aligned}$$

(a) Diberi sistem persamaan di atas mempunyai suatu penyelesaian $x_1 = 3$, $x_2 = 2$ dan $x_3 = -1$.

(i) Kirakan nilai-nilai b_1, b_2 dan b_3.
(ii) Tuliskan matriks imbuhan bagi sistem di atas.
(iii) Dapatkan set penyelesaian bagi sistem persamaan yang diberi dengan menggunakan kaedah Gauss-Jordan.
(iv) Tuliskan suatu matriks BEBT yang setara dengan matriks imbuhan di bahagian (ii).

(80/100)

(b) Nyatakan hubungan di antara b_1, b_2 dan b_3 jika sistem yang diberi adalah konsisten.

(20/100)

2. (a) Biar $A = \begin{bmatrix} 1 & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Buktikan bahawa A dapat diturunkan kepada I melalui operasi baris permulaan sekiranya $d - bc \neq 0$.

(30/100)

(b) Diberi A ialah sebarang matriks tak singular. Buktikan bahawa songsangannya adalah suatu matriks yang unik.

(20/100)

(c) Diberi A dn B adalah matriks-matriks $n \times n$ yang tak singular. Buktikan bahawa $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

(20/100)

...2/-

(d) Diberi $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$. Nilaikan $Adj(A)$ dan $A\,[Adj\,(A)]$. Seterusnya, nyatakan nilai $|A|$.

(30/100)

3. Diberi $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

(i) Takrifkan $L(A)$ iaitu ruang lajur bagi A.

(ii) Tentukan sama ada $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ dan $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ merupakan unsur-unsur dalam $L(A)$.

(iii) Jika a dan b merupakan sebarang dua nombor nyata, tuliskan vektor $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ sebagai gabungan linear vektor-vektor $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ dan $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$.

(iv) Tentukan sama ada $L(A) = R^2$.

(100 markah)

4. (a) Katakan $A \in M_{n\times n}$.

(i) Nyatakan takrif nilai eigen A serta takrif vektor eigen yang sepadan.

(ii) Katakan $v \in R^n - \{0\}$, $\lambda \in R$ dan $Av = \lambda v$.
Tunjukkan bahawa v adalah suatu vektor eigen yang sepadan dengan nilai eigen λ bagi A.

(iii) Tunjukkan bahawa A adalah matriks singular jika A mempunyai suatu nilai eigen $\lambda = 0$.

(40/100)

(b) Diberi $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$.

(i) Cari $p(\lambda)$ iaitu polinomial cirian bagi A.

(ii) Nilaikan $p(0)$.

(iii) Cari hubungan antara $p(0)$ dan $|A|$.

(iv) Cari nilai-nilai eigen bagi A dan vektor-vektor eigen yang sepadan.

(v) Tahkikkan bahawa set vektor-vektor eigen yang dicari dalam (iv) adalah set yang tak bersandar linear.

(vi) Tuliskan A dalam bentuk terpepenjurukan jika mungkin.

(60/100)

- oooOooo -