

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1997/98

September 1997

MAA 101 - Kalkulus

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam TIGA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1.(a) Nyatakan selang penyelesaian untuk

$$\sqrt{(x^3 + 2x^2 - 3x)^2} = -x^3 - 2x^2 + 3x.$$

(b) Nilaikan *had* berikut:

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 3x} - x),$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(1 - \cos \frac{1}{x}\right),$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} xf(x)$ jika

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , \quad x \text{ nombor nisbah} \\ 0 & , \quad x \text{ nombor tak nisbah.} \end{cases}$$

(c) Andaikan

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5}{2} - x & , \quad x < 2 \\ \frac{1}{x} & , \quad x \geq 2. \end{cases}$$

(i) Tentukan: Adakah f fungsi satu dengan satu? Jika ya, nyatakan songsangnya, f^{-1} .

(ii) Dapatkan fungsi gubahan ($f \circ f$).

...2/-

(iii) Tunjukkan bahwa f selanjut tetapi tak terbezakan pada $x = 2$.

(100/100)

2.(a) Buktikan bahwa jika f terbezakan pada suatu titik x_0 maka f selanjut pada x_0 . Juga tunjukkan bahwa kesimpulan sebaliknya tidak benar dengan membuktikan bahwa $f(x) = |x|$ selanjut tetapi tak terbezakan pada $x = 0$.

(b) Andaikan f fungsi selanjut pada selang $(-\infty, +\infty)$ dan memenuhi syarat-syarat berikut:

$$f(0) = 2; \quad f(2) = f(-2) = 1;$$

$$f'(0) = 0; \quad f'(x) > 0 \text{ jika } x < 0;$$

$$f'(x) < 0 \text{ jika } x > 0;$$

$$f''(x) < 0 \text{ jika } |x| < 2;$$

$$f''(x) > 0 \text{ jika } |x| > 2;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0.$$

(i) Nyatakan selang f menokok dan selang f menyusut;

(ii) nyatakan titik ekstremum relatif f , jika wujud;

(iii) nyatakan selang graf f cekung ke atas dan selang graf f cekung ke bawah;

(iv) nyatakan titik lengkok balas f , jika wujud;

(v) lakarkan graf f .

(c) Dapatkan terbitan fungsi berikut:

(i) $f(x) = [1 + \sin^3(x^5)]^{12},$

(ii) $y = (2x^7 - x^2) \left(\frac{x-1}{x+1} \right),$

(iii) $y = \ln \sqrt{\frac{x^2+1}{x^3+5}}.$

(100/100)

...3/-

3.(a) Nilai kamiran berikut:

(i)
$$\int \frac{2 \ln x + 1}{x[(\ln x)^2 + \ln x]} dx,$$

(ii)
$$\int_0^1 \frac{y^2 dy}{\sqrt{4-3y}},$$

(iii)
$$\int_0^1 \frac{\cos x}{x^2+1} dx \text{ jika } \int_{-1}^1 \frac{\cos x}{x^2+1} dx = k.$$

(b) Dapatkan luas rantau yang dibatasi oleh lengkung-lengkung $y = \frac{1}{x^2}$, $y = x$ dan $y = 4$.

(c) Dapatkan isipadu pepejal yang terhasil apabila rantau yang dibatasi oleh $x = y^2$ dan $x = y$ dikisarkan sekitar garis $x = -1$.

(100/100)

4.(a) (i) Tunjukkan bahawa bagi semua $x > 0$ dan $x \neq 1$,

$$1 - \frac{1}{x} < \ln x < x - 1$$

dengan membuktikan bahawa

$$x - 1 - \ln x > 0 \text{ dan } 1 - \ln x - \frac{1}{x} < 0.$$

(ii) Jika $F(x) = \ln(1+x)$, dapatkan $F'(0)$ dengan menggunakan takrif terbitan.

(b) Andaikan f suatu fungsi dengan terbitan keduanya selanjur pada $[-1, 1]$.

Jika $f(-1) = 1$, $f(1) = -1$, $f'(1) = f'(-1) = 0$, nilaikan $\int_{-1}^1 x f''(x) dx$.

(c) (i) Andaikan $k > 0$. Dengan menggunakan gantian $t = \frac{1}{x}$, dapatkan

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(k^{\frac{1}{x}} - 1 \right).$$

(ii) Nilaikan $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{3-x^2}} dx$ dengan menggunakan gantian $u = \frac{1}{x}$.

(100/100)

-ooo0ooo-