

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 1995/96

Oktober/November 1995

MAA 101 - Kalkulus

Masa : [3 jam]

---

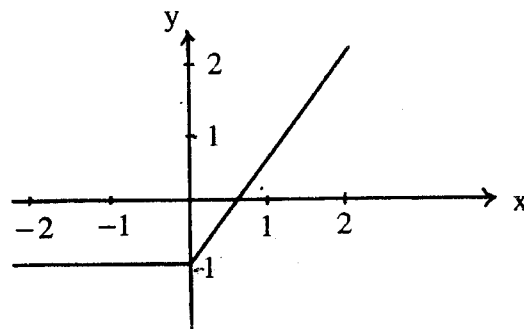
Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) (i) Cari domain dan julat  $f(x) = \sqrt{|x| - 4}$

(ii) Selesaikan ketaksamaan

$$1 < ||x| - 1| < 5$$

(b) Gambarajah di bawah menunjukkan graf suatu fungsi  $f$  pada domain  $-2 \leq x \leq 2$ .



Lakarkan graf-graf berikut:

(i)  $g(x) = f(2x + 1)$

(ii)  $g(x) = 2f(x) + 1.$

.../2-

(c) Dapatkan terbitan pertama fungsi-fungsi berikut:

(i)  $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$

(ii)  $g(t) = \frac{t^4 + 4^t}{e^{4t}}$

(iii)  $y = (1+x^2)^{\sin x}$

(d) Dapatkan  $y'$  jika

$$2y \ln y = e^{\ln x^2}$$

(e) Tunjukkan  $e^x \geq 1+x$  untuk semua  $x \geq 0$ .

(100/100)

2. (a) Dapatkan kamiran-kamiran berikut:

(i)  $\int \frac{\sqrt{x} - x^4 e^x + x^3}{x^3} dx, \quad x > 0$

(ii)  $\int \frac{1}{2\sqrt{x}(1+\sqrt{x})} dx, \quad x > 0$

(iii)  $\int \frac{3x^2 + x + 4}{x(x^2 + 4)} dx$

(iv)  $\int \frac{dt}{1 + \sqrt{1+t}} \quad (\text{Petunjuk: } z^2 - 1 = t)$

(v)  $\int \frac{dx}{5x^2 + 8x + 5}$

(b) Nilaikan had-had berikut:

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 3x} - x \qquad (ii) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-3x} - 6x}{x^3}$$

$$(iii) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2}$$

(c) (i) Jika  $f(x) = 4$ , tunjukkan  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4$  dengan menggunakan takrif had.

(ii) Andaikan

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

Cari nilai  $a$  supaya  $f(x)$  selanjut pada  $x = 0$ . Adakah  $f(x)$  terbezakan pada  $x = 0$  untuk nilai  $a$  ini? Jika ya, cari  $f'(0)$ .

(100/100)

3. (a) (i) Fungsi  $f(x)$  yang terbezakan pada selang  $(a, b)$  mempunyai nilai yang sama pada  $x = a$  dan  $x = b$ . Cari nilai

$$\int_a^b f'(x) dx.$$

(ii) Dapatkan terbitan kedua fungsi:

$$y = \int_1^{x^3} \frac{dt}{1+t^4}.$$

.../4-

- (b) Diberi  $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1 : x \in [-1, 2]$ .
- (i) Dapatkan selang nilai  $x$  supaya  $f$  adalah menaik dan  $f$  menyusut.
- (ii) Cari nilai maksimum dan nilai minimum  $f(x)$ .
- (c) Sebuah syarikat yang beroperasi sejak lima tahun yang lepas telah mendapati pendapatan jualan telah meningkat dengan kadar  $\frac{t^3 + 3t^2 + 6t + 7}{t^2 + 3t + 2}$  juta ringgit setahun, dengan  $t$  mewakili bilangan tahun syarikat telah beroperasi. Dijangkakan dalam masa 2 tahun akan datang anggaran pendapatan akan meningkat dengan kadar yang sama. Jika pendapatan pada akhir 4 tahun pertama ialah 6 juta, berapakah jumlah pendapatan yang dijangka diperolehi setelah beroperasi selama 6 tahun.

(100/100)

4. (a) Cari luas rantau yang dibatasi oleh paksi- $y$  dan graf  $x = y(y - 1)$ .
- (b) Cari isipadu bungkah yang terjana apabila luas rantau yang dibatasi oleh graf  $y = x^2$  dan  $y = 18 - x^2$  dikisarkan pada garis  $x = 4$ .
- (c) Andaikan  $f$  selanjar pada  $[0, 1]$ , tunjukkan:

$$\int_0^\pi xf(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin x) dx .$$

(Petunjuk: Andaikan  $x = \pi - \mu$ )

dan seterusnya nilaikan

$$\int_0^\pi \frac{x \sin x}{2 - \sin^2 x} dx .$$

- (d) Cari  $f(x)$  jika  $g(x) = 1 - \sqrt{x}$  dan  $f(g(x)) = 2 - 2\sqrt{x} + x$ .

(100/100)

- oooOOooo -