

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1996/97

April 1997

MAA 101 - Kalkulus

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam EMPAT halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Nyatakan selang bagi x supaya $\sqrt{(x^2 - 5x + 6)^2} = x^2 - 5x + 6$.

(b) Nilaikan setiap had berikut:

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1+x}} - 1 \right)$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^{2x} - 1)^{\frac{1}{\ln x}}$.

(c) Andaikan

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

Nilaikan $f'(0)$. Seterusnya, tunjukkan bahawa f' tak selanjar pada $x = 0$.

...2/-

- (d) Dapatkan titik yang terletak di atas garis tangen kepada lengkung $y = (1 + x^2)^{-1}$, dengan lereng yang terbesar.

(100/100)

2. (a) Dapatkan turunan setiap fungsi berikut:

(i) $f(x) = \left(\frac{x}{x^2 + 1}\right)^{5/2}$

(ii) $y = \ln |1 - e^{-2x}|^3$

(iii) $y = \sqrt{(3x^2 + 2)} \sqrt{6x - 7}$

- (b) Sisi segiempat sama diukur sebagai 10m. dengan ralat yang mungkin sebanyak ± 0.1 m. Anggarkan ralat dalam luas yang dikira, dengan menggunakan pembeza.

- (c) Andaikan f , fungsi selanjar pada selang $(-\infty, +\infty)$ dan memenuhi kesemua syarat berikut:

$$f(0) = 4; \quad f(2) = 2; \quad f(5) = 6; \quad f'(0) = f'(2) = 0;$$

$$f'(x) > 0 \text{ jika } |x - 1| > 1; \quad f'(x) < 0 \text{ jika } |x - 1| < 1;$$

$$f''(x) < 0 \text{ jika } x < 1 \text{ atau } |x - 4| < 1; \quad f''(x) > 0 \text{ jika } |x - 2| < 1 \text{ atau } x > 5.$$

- (i) Nyatakan selang f menokok dan selang f menyusut,
- (ii) Nyatakan selang f cekung ke atas dan selang f cekung ke bawah,
- (iii) Nyatakan titik ekstremum relatif dan titik lengkok balas f , jika wujud,
- (iv) Lakarkan graf f .

(100/100)

...3/-

3. (a) Nilai kamiran-kamiran berikut:

(i) $\int x^2 \sqrt{1+x} dx$

(ii) $\int_{\sqrt{e}}^e \frac{\ln x}{x^2} dx$

(iii) $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2-1}} dx$

(iv) $\int \frac{2x^2 + 4x - 8}{x^3 - 4x} dx$

(b) Dapatkan luas rantau yang dibatasi oleh lengkung $y = \sqrt{x}$, garis tangen kepada lengkung ini pada $x = 4$ dan paksi y .

(c) Dapatkan isipadu pepejal yang terhasil apabila rantau yang dibatasi oleh $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ dan $x = 9$ dikisarkan sekitar garis $x = 9$.

(100/100)

4. (a) Andaikan $g(x) = \sqrt{x^2 + 7}$. Dapatkan $f(x)$ supaya $f'(x) = g'(x)$ dan $f(-3) = 1$.

(b) Jika $\int_0^4 f(x) dx = 1$, nilaikan $\int_{-2}^0 xf(x^2) dx$.

(c) Tentukan selang terbuka bagi x supaya $F(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$ mewakili antiterbitan $\frac{1}{x}$. Seterusnya, nyatakan nilai x supaya dengannya F memintas paksi x .

...4/-

- (d) Buktikan bahawa F adalah pemalar jika $F(x) = \int_x^{3x} \frac{1}{t} dt$, $x > 0$.
- (e) Dapatkan fungsi f supaya $f''(x) = x + \cos x$ dan memenuhi $f(0) = 1$, $f'(0) = 2$.

(100/100)

- oooOooo -