

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1995/96

Mac/April 1996

**CSC112 - Pengantar Logik & Pengabstrakan/  
CST202 - Kejuruteraan Sofwer**

Masa: [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **ENAM** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
  - Jawab **SEMUA** soalan dalam Bahasa Malaysia.
  - Pelajar hanya boleh membawa buku-buku yang disenaraikan seperti berikut:
    1. Jones, C. B.: Systematic Software Development Using VDM, Prentice Hall, 1990.
    2. Jones, C. B.: Formal Software Development Methods: A Rigorous Approach, Springer Verlag, 1990.
    3. Nguyen Huu Bong: Logik dan Penggunaannya Untuk Sains Komputer, Edisi Awal, USM, 1987.
-

1. (a) Nyatakan yang mana di antara pernyataan-pernyataan berikut merupakan usulan. Jika ya, tentukan nilai kebenarannya dan jika bukan berikan sebabnya.

- (i) Jika  $y + x = 1$  maka  $y^2 + x^2 > 1$  untuk semua  $x, y \in \mathbb{Z}$
- (ii)  $2 + 4 = 8$  jika  $2 + 2 = 5$
- (iii) 6 adalah nombor genap dan  $x$  adalah nombor negatif.
- (iv) Beza antara dua nombor perdana adalah 2.

[20/100]

- (b) Diberikan rumus-rumus berikut:

$$P \rightarrow Q \neg \vee R$$

$$Q \wedge R \neg \wedge \rightarrow R \vee P \rightarrow \vee$$

- (i) Tentukan sama ada rumus itu terbentuk rapi.
- (ii) Bagi yang terbentuk rapi, berikan bentuk awalannya.
- (iii) Juga bagi yang terbentuk rapi, gunakan gambarajah pohon untuk menentukan nilai kebenaran rumus itu bagi semua keadaan yang menyebabkan  $P \rightarrow R$  palsu.

[30/100]

- (c) Diberikan rumus-rumus berikut:

$$A \Leftrightarrow (S \rightarrow (P \wedge \neg R)) \wedge ((P \rightarrow (R \vee S)) \wedge S)$$

$$B \Leftrightarrow (S \wedge \neg R) \wedge ((P \wedge R) \vee (P \wedge S))$$

- (i) Dapatkan bentuk kanonik hasil darab hasil tambah (HDHT) bagi rumus A.
- (ii) Buktikan bahawa  $A \Rightarrow B$  dan juga  $B \Rightarrow A$ .
- (iii) Berikan bentuk kanonik hasil tambah hasil darab (HTHD) bagi rumus B.

[30/100]

- (d) Hujahkan tanpa bukti sama ada yang berikut merupakan hujah-hujah sah:

$$(i) \neg P, Q, \neg S \vdash (\neg (P \wedge R) \rightarrow (P \wedge S)) \wedge (\neg R \wedge S)$$

$$(ii) (Q \rightarrow (P \wedge \neg R)) \vee ((R \vee Q) \rightarrow P) \vdash P \rightarrow R$$

[20/100]

...3/-

2. (a) Diberikan  $P(x,y)$  suatu predikat 2-tempat dengan  $U = \{1,2,3,4,5\}$  sebagai alam semesta.

- (i) Tentukan bilangan predikat 1-tempat yang mungkin dibentuk dari  $P$  melalui pengikatan pembolehubah perseorangnya. Seterusnya berikan 5 contoh predikat 1-tempat tersebut.
- (ii) Tentukan bilangan usulan yang mungkin dibentuk dari  $P$  melalui pengikatan pembolehubah perseorangnya. Seterusnya berikan 5 contoh usulan tersebut.

[25/100]

(b) Katakan  $R$  merupakan suatu hubungan ke atas sesuatu set  $A$  iaitu  $R \subset A \times A$ , takrifkan sifat-sifat  $R$  berikut dalam bentuk bersimbol dengan menggunakan pengkuantiti tak terhad :

- (i) Refleksif( $R$ ) :  $a \in R(a)$  benar bagi semua unsur  $a$  dari set  $A$
- (ii) Simetri( $R$ ) :  $a \in R(b)$  jika dan hanya jika  $b \in R(a)$  bagi sebarang  $a, b \in A$
- (iii) Transitif( $R$ ) : Bagi apa jua  $a, b, c \in A$ , jika  $b \in R(a)$  dan  $c \in R(b)$  maka  $c \in R(a)$

Seterusnya takrifkan predikat **Kesetaraan( $R$ )** yang menentukan sama ada  $R$  merupakan suatu hubungan setara.

[30/100]

(c) Tuliskan semula setiap rumus berikut dengan menggunakan pengkuantiti terhad dan seterusnya dalam ayat Bahasa Melayu. Bagi setiap rumus, tentukan juga nilai kebenarannya.

- (i)  $(\exists x) (K(x) \wedge (\forall y) (K(y) \rightarrow S(x,y)))$   
dengan  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  sebagai alam semesta  
dan  $K(x): x > 3$   
 $S(x,y): x = y$

- (ii)  $\neg (\forall x) (P(x) \rightarrow (\exists y) (R(y) \wedge Q(x,y)))$   
dengan  $\mathbf{Z}$  sebagai alam semesta  
dan  $P(x): x$  perdana  
 $R(x): x$  ganjil  
 $Q(x, y): x \leq y$

[25/100]

(d) Hujahkan kebenaran atau kepalsuan pernyataan berikut:

- (i)  $(\forall x) (\exists y) P(x, y) \Leftrightarrow (\exists y) (\forall x) P(x, y)$

[20/100]

...4/-

3. (a) Diberikan predikat-predikat berikut:

$$P(x, y, z) : x + y = z$$

$$Q(x, y, z) : x * y = z$$

$$K(x, y) : x \leq y$$

Tuliskan ayat-ayat di bawah dalam bentuk bersymbol, dan nyatakan sama ada ayat-ayat itu benar atau palsu bagi alam semesta integer:

- (i) Bagi setiap dua integer, satu daripadanya sentiasa lebih besar atau sama dengan yang satu lagi.
- (ii) Terdapat hasil darab dua nombor yang sama dengan hasil tambahnya.

[25/100]

(b) Katakan  $A = A[1..10, 1..20]$  adalah suatu tatasusunan dua dimensi. Gunakan predikat untuk menulis setiap pernyataan berikut di dalam bentuk bersymbol.

- (i) Semua pemasukan tatasusunan A adalah tak negatif.
- (ii) Semua pemasukan di baris ke-5 dan di baris ke-9 adalah positif.
- (iii) Beberapa pemasukan tatasusunan A sama dengan sifar

[25/100]

(c) Andaikan  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  suatu set nama orang lelaki dan R adalah hubungan "bapa kepada" pada A. Diberikan juga  $M_R = [e_{ij}]$  suatu matrik boolean  $n \times n$  yang mewakili hubungan R. Takrifkan suatu ungkapan predikat yang bernilai benar untuk setiap sifat R berikut dengan menggunakan pengkuantiti terhad dan berasaskan kepada perwakilan  $M_R$  :

- (i) R adalah irefleksif
- (ii) R adalah bukan simetri

Seterusnya ingat bahawa  $M_R^m = M_R \odot M_R \odot M_R \dots \odot M_R$  (m kali) dan katakan tatatanda berikut diberikan untuk setiap  $M_R^m$  ( $m \geq 0$ ) :

$$Q(i, r, M_R^m) \Leftrightarrow (1 \leq i \leq n) \wedge (1 \leq r \leq n) \wedge (e_{ri} \in M_R^m) \wedge (e_{ri} = 1)$$

Menggunakan tatatanda ini, berikan rumus bagi predikat  $H(i, k)$  dan  $K(i, k)$  yang berikut supaya nilai kebenarannya setara dengan pernyataan yang diberikan (jelaskan) :

- (iii)  $H(i, k) : a_i$  adalah cicit kepada  $a_k$
- (iv)  $K(i, k) : a_i$  adalah sepupu kepada  $a_k$

[50/100]

...5/-

4. (a) (i) Suatu fungsi bernama *semak* menerima dua nombor asli berlainan sebagai hujah dan menentukan sama ada salah satu nombor merupakan gandaan nombor yang satu lagi. Berikan spesifikasi tersirat fungsi ini.
- (ii) Gunakan fungsi *semak* dalam takrif langsung suatu fungsi bernama *oomph* yang menerima dua nombor asli sebagai hujah, dan menghasilkan nilai gandaan satu hujah berbanding yang satu lagi sekiranya gandaan ini suatu integer dan nombor sifar jika sebaliknya.
- (iii) Berikan takrif tersirat suatu fungsi bernama *besar* yang menentukan unsur terbesar di dalam suatu set nombor asli yang diberikan sebagai hujah. Kemudian berikan takrif langsung bagi fungsi itu.
- (iv) Takrifkan suatu operasi yang menerima suatu nombor asli sebagai hujah dan merujuk kepada suatu set nombor asli sebagai pembolehubah luar. Operasi ini menghasilkan sebagai output nombor yang terbesar bagi semua nombor yang terlibat di dalam perlaksanaannya.

[40/100]

(b) Diberikan objek-objek gubahan berikut:

B :: x :  $\mathbf{N}$   
       y : C

C :: p :  $\mathbf{N}$   
       q :  $\mathbf{N}$

- (i) Tuliskan suatu operasi bernama MOO yang merujuk kepada B sebagai pembolehubah luar yang dibaca untuk mengoutputkan hasil tambah semua nombor asli yang terlibat di dalamnya.
- (ii) Tuliskan suatu operasi bernama MEE yang menerima tiga nombor asli sebagai hujah dan menyimpan nombor yang terbesar daripada tiga nombor ini pada paras pertama objek gubahan B yang disimpan sebagai pembolehubah luar, dan dua hujah lain di dalam tempat-tempat yang lain di dalam B.
- (iii) Takrifkan semula objek gubahan B sebagai suatu objek gubahan D yang mengandungi tak varian yang menyatakan perkara-perkara berikut:
- tiada nombor asli di dalam D melebihi 10,
  - beza antara setiap dua nombor di dalam D sentiasa kurang dari 5.

[30/100]

...6/-

(c) Diberikan objek gubahan berikut yang menakrifkan sebuah pohon:

$$\begin{aligned} Q &= P \cup N \\ P &:: a : Q \\ &\quad b : N \\ &\quad c : Q \end{aligned}$$

- (i) Berikan satu contoh pohon seperti ini.
- (ii) Takrifkan suatu fungsi yang mengirakan hasil tambah semua nombor di dalam sesuatu pohon yang diberi sebagai hujah.
- (iii) Takrifkan suatu fungsi yang mencari nombor terbesar di dalam sesuatu pohon.

[30/100]

- oooOooo-