

**UNIVERSITI SAINS MALAYSIA**

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang Akademik 1999/2000

September 1999

**IUK 291 – MATEMATIK II**

Masa: [ 3 jam]

---

Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **EMPAT (4)** mukasurat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan. Semua soalan mesti dijawab di dalam **Bahasa Malaysia**.

Bahagian A (Kalkulus Lanjutan)

1. (a) Andaikan  $f(x, y, z) = x^2 + xyz + z^2y + 2x^3z$
- (i) Nilaikan  $f(-1, 0, 1)$
- (ii) Dapatkan  $f_x, f_y, f_z$  dan beza seluruh  $f$ .
- (iii) Tunjukkan bahawa  $f_{xy} = f_{yx}, f_{xz} = f_{zx}$  dan  $f_{yz} = f_{zy}$   
(40/100)
- (b) Dapatkan persamaan satah tangen kepada permukaan  $z = f(x, y) = x^2 + 3y^2 - 2xy$  pada titik  $(1, 1, 2)$ .  
(25/100)
- (c) Andaikan  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x + 6y + 17$
- (i) Dapatkan titik genting  $f$
- (ii) Klasifikasikan titik genting tersebut berdasarkan ujian separa kedua.
- (iii) Dapatkan nilai maksimum mutlak dan nilai minimum mutlak  $f$  di atas rantau yang dibatasi oleh bulatan,  
 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$   
(35/100)
2. (a) Nilaikan  $\iint_D xy dy dx$  jika  
D:  $0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 4$ .  
(20/100)
- (b) Dapatkan isipadu pepejal yang dibatasi di atas oleh  $z = x^2 + y$  dan di bawah oleh segiempat tepat dengan bucu  
 $(0, 0), (0, 4), (3, 0)$  dan  $(3, 4)$   
(25/100)

- (c) Tulis kamiran  $\int_0^4 \int_0^{\sqrt{y}} (x + y) dx dy$  dengan tertib pengamiran diterbalikkan. Jangan nilaikan kamiran ini.

(15/100)

- (d) Andaikan  $u = 2y - x$  dan  $v = x + y$
- (i) Tulis  $x$  dan  $y$  dalam sebutan  $u$  dan  $v$  sahaja.
- (ii) Dapatkan

$$J(u, v) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}$$

- (iii) Kira  $uv$  dan nilaikan

$$\iint_D (x^2xy - 2y^2) dx dy$$

jika  $1 \leq 2y - x \leq 4$  dan  $0 \leq x + y \leq 3$  dengan menggunakan gantian  $u = 2y - x$ ,  $v = x + y$  dan  $dx dy = |J(u, v)| du dv$

(40/100)

3. (a) Dengan mencari nilai  $k_1, k_2, k_3, k_4$  yang tidak semestinya sifar supaya

$$k_1 f_1 + k_2 f_2 + k_3 f_3 + k_4 f_4 = 0$$

tunjukkan bahawa fungsi

$$f_1 = 3x, f_2 = e^x, f_3 = xe^x, f_4 = (2x - 3)e^x$$

bersandar linear.

(40/100)

- (b) Dengan menggunakan kaedah ubahan parameter, cari penyelesaian am persamaan terbitan dibawah

(i)  $y'' + y = \sin x$

(ii)  $y'' - 2y' + y = e^x/(1 + x^2)$

(60/100)

4. (a) Cari penyelesaian khusus bagi persamaan terbitan berikut yang memenuhi syarat awal yang diberi.

(i)  $y'' + y' + xy = 0$ ;  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 0$

(ii)  $y'' - 2xy' + 8y = 0$ ,  $y(0) = 3$  dan  $y'(0) = 0$ .

(40/100)

- (b) Tunjukkan bahawa persamaan terbitan

$$(1 - x^2)y'' - 3xy' + (k^2 - 1)y = 0$$

dengan  $k$  pemalar mempunyai penyelesaian berbentuk

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

Seterusnya dapatkan dua penyelesaian yang tak bersandar linear, dengan satu daripadanya dalam bentuk

$$y = 1 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1 - k^2)(3^2 - k^2) \dots \{(2n - 1)^2 - k^2\}}{(2n)!} x^{2n}$$

dan tuliskan penyelesaian amnya.

(60/100)

oooOOOooo