

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1997/98

September 1997

IUK 291 - Matematik II

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam TIGA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Jika $w = f(x, y, z) = 2xy^2z^3$
- (i) cari dw
- (ii) cari perubahan w apabila (x, y, z) berubah dari $P(1, -1, 2)$ ke $Q(0.99, -1.02, 2.02)$ menggunakan (i).
- (b) Katakan $z = f(x, y)$, $x = u + v$ dan $y = u - v$ tunjukkan $\frac{\partial^2 z}{\partial v \partial u} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.
- (c) Tunjukkan $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{3x^2y}{2x^6 + y^2}$ tidak wujud dengan menggunakan
- tidak wujud dengan menggunakan lintasan $y = x^3$ untuk menghampiri $(0, 0)$.
- (100 markah)

2. (a) Pertimbangkan kamiran berganda tiga

$$\int_0^{2\pi} \int_1^2 \int_0^5 r^2 dz dr d\theta$$

Tuliskan suatu masalah yang jawapannya diberikan oleh kamiran di atas. Juga berikan intepretasi geometrik bungkah yang terlibat.

...2/-

- (b) Tukarkan tertib kamiran berikut:

$$\int_0^1 \int_0^{2x} (\cos x^2) dy dx = \int_?^? \int_?^? (\cos x^2) dx dy.$$

Kamiran mana yang mudah dinilai? Nyatakan alasan anda.

- (c) Dengan menggunakan kamiran berganda dua, cari luas kawasan yang terletak di dalam bulatan $r = 1$ dan luar kardioid $r = 1 - \cos \theta$.
- (d) Tunjukkan siri Fourier untuk $f(t)$ fungsi berkala 2π dengan

$$f(t) = \begin{cases} -t & ; -\pi \leq t \leq 0 \\ t & ; 0 < t \leq \pi \end{cases}$$

ialah

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} - \frac{4}{\pi} \left(\frac{\cos t}{1^2} + \frac{\cos 3t}{3^2} + \frac{\cos 5t}{5^2} + \dots \right).$$

Deduksikan siri Fourier untuk $Q(t)$, berkala 2 dengan

$$Q(t) = \begin{cases} 1+t & ; -1 \leq t \leq 0 \\ 1-t & ; 0 < t \leq 1 \end{cases}$$

(100 markah)

3. (a) Cari jejari ketumpuan untuk siri kuasa berikut:

(i)
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

(ii)
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x-3)^k}{(k+1)^2}$$

...3/-

(b) Katakan
$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$
$$= \frac{x}{1} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

- (i) Cari siri kuasa untuk $f'(x)$. Apakah selang ketumpuannya?
- (ii) Daripada siri yang diperolehi daripada (i) deduksikan bahawa $f(x) = \sin x$, $x \in (-\infty, \infty)$.

(c) Tunjukkan $y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k^n x^n}{n!}$ memenuhi $y' - ky = 0$ untuk suatu nilai k tetap.

(100 markah)

4. (a) Persamaan pembezaan Tchebycheff ialah $(1-x^2)y'' - xy' + \alpha^2 y = 0$, α suatu pemalar.

- (i) Tentukan dua penyelesaian yang tak bersandar linear dalam kuasa x untuk $|x| < 1$.
- (ii) Tunjukkan bahawa terdapat suatu penyelesaian polinomial darjah n jika α suatu nombor nyata bukan negatif.
- (iii) Cari suatu penyelesaian polinomial dalam kes $n = 0, 1, 2, 3$.

(b) Dapatkan penyelesaian am untuk persamaan pembezaan berikut menggunakan kaedah yang sesuai

- (i) $y^{iv} + y = 0$
- (ii) $y''' - y'' - y' + y = 2e^{-x} + 3$
- (iii) $y''' + y' = \tan x$.

(100 markah)