

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1997/98

April 1998

IUK 291 - Matematik II

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam EMPAT halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) (i) Andaikan nilai-nilai $z = f(x, y)$ diberikan dalam jadual berikut

$x \backslash y$	1.5	2.0	2.5	3.0
1.5	3	5	5	7
2.0	4	8	6	4
2.5	6	9	7	5
3.0	4	6	9	6

Berdasarkan pada jadual, anggarkan

$$\frac{\partial f}{\partial y}(2.5, 2.5).$$

Terangkan dengan jelas dan ringkas tentang proses yang digunakan untuk memperolehi jawapan anda.

- (b) (i) Katakan $z = f(x, y) = x^2 - 5xy$. Andaikan $x = 2 \cos t$ dan $y = \sin t$, cari $\frac{dz}{dt}$ pada $t = 0$.
- (ii) Cari $\nabla f(1, 6)$
- (iii) Cari terbitan berarah untuk $f(x, y)$ pada $(1, 6)$ dalam arah vektor $\underline{b} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$.

...2/-

(c) Katakan

$$f(r, \theta) = \begin{cases} \frac{\sin 6r}{6r}, & r \neq 0 \\ 1, & r = 0 \end{cases}$$

di mana r , dan θ adalah koordinat kutub. Cari

(i) $\lim_{r \rightarrow 0} f(r, \theta)$

(ii) $f_r(0, 0)$.

(d) Cari nilai maksima dan minima mutlak untuk $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 3x + 3y$ pada rantau R yang dibatasi oleh paksi-x, paksi-y dan $x + y = 4$.

(25 markah)

2. (a) Jika $z = x + f(u)$ dengan $u = xy$, tunjukkan bahawa

$$x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = x.$$

(b) $f(x, y)$ adalah suatu fungsi ketumpatan kebarangkalian pada rantau R dalam suatu satah jika $\iint_R f(x, y) dA = 1$.

Pertimbangkan $f(x, y) = kye^x$ dan R rantau yang dibatasi oleh $0 \leq x \leq 2$ dan $0 \leq y \leq 1$. Cari suatu nilai k supaya $f(x, y)$ merupakan suatu fungsi ketumpatan kebarangkalian.

(c) Nilaikan kamiran berikut

(i) $\int_0^2 \int_{-2}^3 \int_0^{x^2+y^2} x \, dz \, dy \, dx$.

(ii) $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{2 \, dy \, dx}{(1+x^2+y^2)^2}$.

...3/-

- (d) Bentuk suatu kamiran yang mewakili isipadu bungkah yang terletak dalam oktan pertama dibendung oleh $r = \sin \theta$ dan $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.
(25 markah)

3. (a) Tunjukkan siri Fourier untuk $f(t)$ fungsi berkala 2π dengan

$$f(t) = \begin{cases} -t; & -\pi \leq t \leq 0 \\ t; & 0 < t \leq \pi \end{cases}$$

ialah $f(t) = \frac{1}{2\pi} - \frac{4}{\pi} \left(\frac{\cos t}{1^2} + \frac{\cos 3t}{3^2} + \frac{\cos 5t}{5^2} + \dots \right)$.

Deduksikan siri Fourier untuk $Q(t)$ yang berkala 2 dengan

$$Q(t) = \begin{cases} 1+t; & -1 \leq t \leq 0 \\ 1-t; & 0 < t \leq 1 \end{cases}$$

- (b) Tentukan selang ketumpuan untuk siri kuasa yang berikut.

(i) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n x^n$

(ii) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{3^n}$

- (c) Dapat kembangan siri kuasa untuk $y = \frac{1}{1+x}$ pada $x_0 = -3$ dan juga nyatakan selang ketumpuannya.

(25 markah)

4. (a) Jika $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-1)^n$ adalah penyelesaian untuk $y' = 3y$, tunjukkan

$$a_{n+1} = \frac{3}{n+1} a_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

dan cari penyelesaiannya.

- (b) Kelaskan semua titik singular untuk persamaan pembezaan

$$x(x-1)^2 y'' + 2xy' + y = 0.$$

...4/-

- (c) Cari suatu penyelesaian siri kuasa untuk masalah nilai awal

$$y' = x + y^2, \quad y(0) = 0.$$

- (d) Selesaikan

$$y''' - 4y = x + 3 \cos x + e^{-2x}.$$

(25 markah)

- oooOooo -