
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2001/2002

September 2001

IUK 291/4 – MATEMATIK II

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab LIMA soalan. Semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

...2/-

1. a) Semua fungsi boleh diwakili oleh formula yang tertentu. Adakah kenyataan ini benar? Berikan alasan kepada jawapan anda. (15 markah)

- b) Berikan domain kepada fungsi berikut menggunakan ungkapan matematik dan gambarkannya dengan perkataan:

$$f(x,y,z) = \ln(z-y) + xycos z$$

(20 markah)

- c) Diberikan $f(x,y) = 4-x^2-2y^2$. Graf fungsi tersebut merupakan sebuah paraboloid. Cari nilai $f_x(1,1)$ dan $f_y(1,1)$ dan jika nilai tersebut diertikan sebagai satu garisan kecerunan, lakarkan secara ringkas kedudukan garisan kecerunan tersebut pada paraboloid itu. (40 markah)

- d) Jika R merupakan jumlah rintangan tiga perintang yang mempunyai rintangan R_1, R_2, R_3 yang disusun secara selari, maka

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Diberikan $R_1 = 30\Omega, R_2=40\Omega, R_3=50\Omega$, dengan ralat sebanyak 0.5% untuk setiap kes. Anggarkan ralat terbesar dalam pengiraan R.

(25 markah)

2. a) Sebuah pepejal K berada dalam silinder $x^2+y^2 = 1$, di bawah $z = 4$ dan di atas $z = 1-x^2-y^2$. Ketumpatan pada mana-mana lokasi berkadar terus dengan jarak dari paksi silinder tersebut. Cari jisim K. (Nota: Untuk memudahkan pengiraan, gunakan sistem koordinat yang sesuai)

(40 markah)

- b) Menggunakan cara termudah, mengikut pandangan anda, kirakan

$$\int_0^1 \int_x^1 e^{x/y} dy dx$$

(30 markah)

- c) Sebuah kolam renang bulat bergarispusat 40m. Kedalamannya malar sepanjang garisan timur-barat manakala bertambah secara linear dari 2m di hujung selatan ke 7m di hujung utara. Cari isipadu air yang terkandung dalam kolam yang penuh.

(30 markah)

...3/-

3. (a) Selesaikan persamaan-persamaan pembezaan berikut dengan menggunakan kaedah siri kuasa:

i) $xy' = (x+1)y$

ii) $y'' - y = x$

[60 markah]

(b) Cari jejari dan julat penumpuan bagi siri-siri berikut:

i) $\sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{7}{5}\right)^m x^{2m}$

ii) $\sum_{m=2}^{\infty} \frac{m(m+1)}{m^2+1} x^{m-1}$

[Diberi: Jejari penumpuan, $R = \frac{1}{\lim_{m \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{m+1}}{a_m} \right|}]$

[40 markah]

4. Bagi persamaan pembezaan yang berikut

$$2x(1-x)y'' + (x+1)y' - y = 0$$

gunakan kaedah Frobenius untuk mencari:

- (i) persamaan petunjuk,
- (ii) rumus berulang,
- (iii) salah satu penyelesaian.

[Diberi: Bagi kaedah Frobenius, penyelesaiannya berbentuk: $y = \sum_0^{\infty} a_m x^{m+r}]$

[100 markah]

...4/-

5. (a) Cari kembangan siri Fourier kosinus dan sinus $f(t)$ seperti yang diberikan di bawah. Seterusnya lakarkan kedua-dua $f(t)$ yang telah diperpanjangkan.

$$f(t) = 1 \quad \text{untuk} \quad 0 < t < \pi$$

(50 markah)

- (b) Dari bahagian 5(a) atau sebaliknya, selesaikan persamaan perbezaan di bawah dengan syarat-syarat hujung seperti yang diberikan.

$$\ddot{x} + 2x = 1, \quad x(0) = x(\pi) = 0$$

(50 markah)

6. (a) Kadar perubahan suhu rod $U(t)$ yang panjangnya ialah $L=10$ cm, kemerasapan termal $k=5$ cm²/s apabila kedua-dua hujung rod tersebut ditebatkan diberikan oleh persamaan pembezaan separa seperti berikut.

$$k \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

untuk $0 < x < L$ dan $t > 0$. Selesaikan persamaan pembezaan di atas dengan syarat-syarat sempadan seperti berikut

$$\frac{\partial U}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial U}{\partial x}(L, t) = 0$$

$$U(x, 0) = 4x$$

(100 markah)

Diberikan

$$\int x \sin ax \, dx = \frac{\sin ax}{a^2} - \frac{x \cos ax}{a}$$

$X_n = \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ dan $T_n = e^{-\frac{kn^2\pi^2 t}{L^2}}$ adalah dua pembolehubah terpisah.