

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

**Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1996/97**

Oktober/November 1996

IUK 291/4 - MATEMATIK II

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **EMPAT (4)** mukasurat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan. Semua soalan mesti dijawab di dalam **Bahasa Malaysia**.

1. (a) Tenaga kinetik suatu jasad yang mempunyai jisim m dan halaju v diberi

oleh $K = \frac{1}{2}mv^2$. Tunjukkan

$$\frac{\partial K}{\partial m} \frac{\partial^2 K}{\partial v^2} = K$$

- (b) Jika $z = x \ln y$, $x = u^2 + v^2$ dan $y = u^2 - v^2$, cari $\frac{\partial z}{\partial u}$ dan $\frac{\partial z}{\partial v}$

menggunakan petua rantai.

- (c) Bagi $f(x, y) = x^2 - 2y^2 - 6x + 8y + 3$, cari semua titik genting (jika wujud).

Tentukan sama ada setiap titik genting itu menghasilkan maksimum tempatan, minimum tempatan atau titik pelana.

- (d) Andai $f(x, y) = 3x^2 + 2y^2 - 4y + 1$. Cari titik ekstremum f atas cakera $x^2 + y^2 \leq 16$.

- (e) Bincangkan ujian perbandingan, ujian punca ke- n dan ujian kamiran untuk menentukan sama ada suatu siri itu menumpu.

(100)

2. (a) Andai R ialah rantau di antara graf $y = x$ dan $x = 2$ dalam sukuan pertama.

Nilaikan $\iint_R (x - 1) dA$.

- (b) Andai R ialah rantau di antara graf $y = x$ dan $y = x^3$.

Nilaikan $\iint_R (x - 1) dA$.

- (c) Nilaikan $\iint_R xy \, dA$, di mana R ialah rantau yang dibatasi oleh bulatan $r = 5$.
(i.i. bulatan jejari 5, pusat asalan)
- (d) Dengan menggunakan kamiran ganda tiga dalam koordinat sfera, cari isipadu suatu sfera yang jejaringnya a .
- (e) Adakah siri $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$ menumpu? Beri sebab-sebab.

Uji siri

$$-\frac{1}{2^1} - \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} - \frac{4}{2^4} - \frac{5}{2^5} + \frac{6}{2^6} - \dots$$

untuk penumpuan.

(100)

3. (a) Selesaikan $y'' + y = 0$.
- (b) Selesaikan $y'' + y = \sec x$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$
- (c) Tunjukkan $y = x$ ialah suatu penyelesaian persamaan
 $(1 - x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0$, $-1 < x < 1$.
 Cari penyelesaian kedua yang tak bersandar secara linear dengan $y = x$ dan seterusnya bentuk penyelesaian am.
- (d) Dapatkan penyelesaian am kepada $y'' = xy$, $-\infty < x < \infty$ dalam bentuk siri kuasa di sekitar $x = 0$.

- (e) Andaikan y_1 dan y_2 penyelesaian persamaan pembezaan biasa linear homogen peringkat dua $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ atas selang $\alpha < x < \beta$ dan p, q selanjar atas selang ini.
- Buktikan yang jika y_1 dan y_2 mengambil nilai sifar pada titik yang sama atas $\alpha < x < \beta$, maka y_1 dan y_2 tidak bersandar secara linear.

(100)

oooooooo0000000oooooooo