

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Cuti Panjang
Sidang Akademik 1999/2000

April 2000

IUK 203 – REKABENTUK UJIKAJI

Masa : [2 jam]

Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **TIGA (3)** mukasurat yang bercetak sebelum anda mulakan peperiksaan ini.

Jawab **TUJUH (7)** soalan. Semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. Apakah yang dimaksudkan dengan 'ujikaji perbandingan mudah' (simple comparative experiments)? Bilakah ujikaji sebegini harus dilakukan? Berikan contoh masalah bila mana analisis statistik sebegini boleh dijalankan. (5 markah)
2. (a) Apakah yang dimaksudkan dengan 'ANOVA'? (5 markah)
(b) Apakah perbezaan antara ANOVA sehala dengan ANOVA dua hala? (5 markah)
(c) Bilakah ANOVA sehala harus digunakan? Berikan contoh. (5 markah)
(d) Bilakah ANOVA dua hala harus digunakan? Berikan contoh. (5 markah)
3. (a) Apakah yang dimaksudkan dengan 'pemeriksaan kecukupan model'? mengapa kita hendak melakukannya? (5 markah)
(b) Katalah kita hendak menjalankan analisis ANOVA sehala dengan satu faktor ke atas satu set data. Kita hendak melakukan pemeriksaan kecukupan model dahulu. Apakah 3 perkara yang harus kita lakukan? Huraikan. (5 markah)
4. Apakah perbezaan antara model kesan tetap dengan model kesan rawak? Huraikan. (5 markah)
5. Apakah teknik yang boleh kita gunakan untuk menentukan saiz sample (n) sebelum kita memulakan ujikaji? (5 markah)
6. Mengapakah kita hendak menggunakan analisis kovarians? (5 markah)

7. Kesan 5 jenis formulasi (A, B, C, D, E) ke atas masa tindakbalas dalam sebuah proses kimia sedang dikaji. Setiap kelompok bahan kimia hanya boleh dijalankan ke atas 5 larian ujikaji, dengan setiap larian mengambil masa 2 jam. Ini bermakna dalam satu hari hanya 5 larian sahaja yang boleh dijalankan. Penyelidik menjalankan ujikaji dengan rekabentuk Segiempat Sama Greaco-Latin. Datanya diberikan dalam Jadual 1. Pada aras alfa = 0.05, lengkapkan Jadual 2.

(50 markah)

Jadual 1

Kelompok	Operator 1	Operator 2	Operator 3	Operator 4	Operator 5
1	$A\alpha = -1$	$B\beta = -5$	$C\epsilon = -6$	$D\beta = -1$	$E\delta = -1$
2	$B\beta = -8$	$C\delta = -1$	$D\alpha = 5$	$E\theta = 2$	$A\epsilon = 11$
3	$C\theta = -7$	$D\epsilon = 13$	$E\beta = 1$	$A\delta = 2$	$B\alpha = -4$
4	$D\delta = 1$	$E\alpha = 6$	$A\theta = 1$	$B\epsilon = -2$	$C\beta = -3$
5	$E\epsilon = -3$	$A\beta = 5$	$B\delta = -5$	$C\alpha = 4$	$D\theta = 6$

Jadual 2

Punca variasi	SS	d.f.	MS	F
Formulasi				
Kelompok				
Operator				
Hari				
Sisa				

ooo000ooo



206 5 Randomized Blocks, Latin Squares, and Related Designs

Table 5-19 Analysis of Variance for a Graeco-Latin Square Design

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom
Latin letter treatments	$SS_L = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p y_{.j}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	$p - 1$
Greek letter treatments	$SS_G = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p y_{..k}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	$p - 1$
Rows	$SS_{Rows} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	$p - 1$
Columns	$SS_{Columns} = \frac{1}{p} \sum_{l=1}^p y_{...l}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	$p - 1$
Error	SS_E (by subtraction)	$(p - 3)(p - 1)$
Total	$SS_T = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l y_{ijkl}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	$p^2 - 1$

VIII. Percentage Points of the Studentized Range Statistic (continued)

$q_{\alpha}(p, f)$

f	p															
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	18.1	26.7	32.8	37.2	40.5	43.1	45.4	47.3	49.1	50.6	51.9	53.2	54.3	55.4	56.3	57.2
2	6.09	8.28	9.80	10.89	11.73	12.43	13.03	13.54	13.99	14.39	14.75	15.08	15.38	15.65	15.91	16.14
3	4.50	5.88	6.83	7.51	8.04	8.47	8.85	9.18	9.46	9.72	9.95	10.16	10.35	10.52	10.69	10.84
4	3.93	5.00	5.76	6.31	6.73	7.06	7.35	7.60	7.83	8.03	8.21	8.37	8.52	8.67	8.80	8.92
5	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99	7.17	7.32	7.47	7.60	7.72	7.83	7.93
6	3.46	4.34	4.90	5.31	5.63	5.89	6.12	6.32	6.49	6.65	6.79	6.92	7.04	7.14	7.24	7.34
7	3.34	4.16	4.68	5.06	5.35	5.59	5.80	5.99	6.15	6.29	6.42	6.54	6.65	6.75	6.84	6.93
8	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92	6.05	6.18	6.29	6.39	6.48	6.57	6.65
9	3.20	3.95	4.42	4.76	5.02	5.24	5.43	5.60	5.74	5.87	5.98	6.09	6.19	6.28	6.36	6.44
10	3.15	3.88	4.33	4.66	4.91	5.12	5.30	5.46	5.60	5.72	5.83	5.93	6.03	6.12	6.20	6.27
11	3.11	3.82	4.26	4.58	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49	5.61	5.71	5.81	5.90	5.98	6.06	6.14
12	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.40	5.51	5.61	5.71	5.80	5.88	5.95	6.02
13	3.06	3.73	4.15	4.46	4.69	4.88	5.05	5.19	5.32	5.43	5.53	5.63	5.71	5.79	5.86	5.93
14	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25	5.36	5.46	5.56	5.64	5.72	5.79	5.86
15	3.01	3.67	4.08	4.37	4.59	4.78	4.94	5.08	5.20	5.31	5.40	5.49	5.57	5.65	5.72	5.79
16	3.00	3.65	4.05	4.34	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15	5.26	5.35	5.44	5.52	5.59	5.66	5.73
17	2.98	3.62	4.02	4.31	4.52	4.70	4.86	4.99	5.11	5.21	5.31	5.39	5.47	5.55	5.61	5.68
18	2.97	3.61	4.00	4.28	4.49	4.67	4.83	4.96	5.07	5.17	5.27	5.35	5.43	5.50	5.57	5.63
19	2.96	3.59	3.98	4.26	4.47	4.64	4.79	4.92	5.04	5.14	5.23	5.32	5.39	5.46	5.53	5.59
20	2.95	3.58	3.96	4.24	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01	5.11	5.20	5.28	5.36	5.43	5.50	5.56
24	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92	5.01	5.10	5.18	5.25	5.32	5.38	5.44
30	2.89	3.48	3.84	4.11	4.30	4.46	4.60	4.72	4.83	4.92	5.00	5.08	5.15	5.21	5.27	5.33
40	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.74	4.82	4.90	4.98	5.05	5.11	5.17	5.22
60	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65	4.73	4.81	4.88	4.94	5.00	5.06	5.11
120	2.80	3.36	3.69	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56	4.64	4.71	4.78	4.84	4.90	4.95	5.00
∞	2.77	3.32	3.65	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47	4.55	4.62	4.68	4.74	4.80	4.84	4.88

$F_{\alpha}(p, f)$

f = degrees of freedom.
 * Reproduced with permission from "Multiple Range and Multiple F-Tests," by D. B. Dunnett, *Biometrics*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-42, 1955.

f	p																			
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100								
1	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0								
2	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09								
3	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50								
4	3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02								
5	3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83								
6	3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68								
7	3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61								
8	3.26	3.39	3.47	3.52	3.55	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56								
9	3.20	3.34	3.41	3.47	3.50	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52								
10	3.15	3.30	3.37	3.43	3.46	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47								
11	3.11	3.27	3.35	3.39	3.43	3.44	3.45	3.45	3.45	3.45	3.45	3.45								
12	3.08	3.23	3.33	3.36	3.40	3.42	3.44	3.44	3.44	3.44	3.44	3.44								
13	3.06	3.21	3.30	3.35	3.38	3.41	3.42	3.42	3.42	3.42	3.42	3.42								
14	3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.39	3.41	3.41	3.41	3.41	3.41	3.41								
15	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.38	3.40	3.40	3.40	3.40	3.40	3.40								
16	3.00	3.15	3.23	3.30	3.34	3.37	3.39	3.39	3.39	3.39	3.39	3.39								
17	2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.36	3.38	3.38	3.38	3.38	3.38	3.38								
18	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.35	3.37	3.37	3.37	3.37	3.37	3.37								
19	2.96	3.11	3.19	3.26	3.31	3.34	3.35	3.35	3.35	3.35	3.35	3.35								
20	2.95	3.10	3.18	3.25	3.30	3.33	3.34	3.34	3.34	3.34	3.34	3.34								
30	2.89	3.04	3.12	3.20	3.25	3.29	3.32	3.33	3.33	3.33	3.33	3.33								
40	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.31	3.31	3.31	3.31	3.31								
60	2.83	2.98	3.08	3.14	3.20	3.24	3.28	3.29	3.29	3.29	3.29	3.29								
100	2.80	2.95	3.05	3.12	3.18	3.22	3.26	3.27	3.27	3.27	3.27	3.27								
∞	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.26	3.26	3.26	3.26								

Sums of Squares and Products

Adjusted for Regression

Source of Variation	Degrees of Freedom	x	xy	y		Degrees of Freedom	Mean Square
Treatments	$a - 1$	T_x	T_{xy}	T_y			
Error	$a(n - 1)$	E_{xx}	E_{xy}	E_{yy}	$SS_E = E_{yy} - (E_{xy})^2/E_{xx}$	$a(n - 1) - 1$	$MS_E = \frac{SS_E}{a(n - 1) - 1}$
Total	$an - 1$	S_{xx}	S_{xy}	S_{yy}	$SS'_E = S_{yy} - (S_{xy})^2/S_{xx}$	$an - 2$	
Adjusted Treatments					$SS'_E - SS_E$	$a - 1$	$\frac{SS'_E - SS_E}{a - 1}$

$$S_{\bar{y}_i} = \sqrt{\frac{MS_E}{n}}$$

$$y_{ij} = \mu' + \tau_i + \beta x_{ij} + \epsilon_{ij} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

$$n_h = \frac{a}{\sum_{i=1}^a (1/n_i)}$$

$$\hat{\beta} = \frac{E_{xy}}{E_{xx}}$$

$$F_0 = \frac{(SS'_E - SS_E)/(a - 1)}{SS_E/[a(n - 1) - 1]}$$

$$\text{Adjusted } \bar{y}_i = \bar{y}_i - \hat{\beta}(\bar{x}_i - \bar{x}_.) \quad i = 1, 2, \dots, a$$

$$S_{\text{adj}\bar{y}_i} = \left[MS_E \left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x}_i - \bar{x}_.)^2}{E_{xx}} \right) \right]^{1/2}$$

III. Percentage Points of the χ^2 Distribution*

ν	α					
	.995	.950	.500	.050	.025	.010
1	0.00 +	0.00 +	0.45	3.84	5.02	6.63
2	0.01	0.10	1.39	5.99	7.38	9.21
3	0.07	0.35	2.37	7.81	9.35	11.34
4	0.21	0.71	3.36	9.49	11.14	13.28
5	0.41	1.15	4.35	11.07	12.38	15.09
6	0.68	1.64	5.35	12.59	14.45	16.81
7	0.99	2.17	6.35	14.07	16.01	18.48
8	1.34	2.73	7.34	15.51	17.53	20.09
9	1.73	3.33	8.34	16.92	19.02	21.67
10	2.16	3.94	9.34	18.31	20.48	23.21

II. Percentage Points of the t Distribution*

ν	α					
	.10	.05	.025	.01	.005	.0025
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	127.32
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.089
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.019
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.057
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.038
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	2.860
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807

$$= r_a(p, f) S_{\bar{y}_p} \quad \text{for } p = 2, 3, \dots, a$$

$$F_0 = \frac{(E_{xy})^2/E_{xx}}{MS_E}$$

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} R_{ij}^2 - \frac{N(N+1)^2}{4} \right]$$

$$SS'_E = S_{yy} - (S_{xy})^2/S_{xx}$$

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^a \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

$$H = \frac{1}{S^2} \left[\sum_{i=1}^a \frac{R_i^2}{n_i} - \frac{N(N+1)^2}{4} \right]$$

$$F_0 = \frac{HI(a-1)}{(N-1-H)/(N-a)}$$

$$SS_E = E_{yy} - (E_{xy})^2/E_{xx}$$

$$S_p = q_a(p, f) S_{\bar{y}_p} \quad p = 2, 3, \dots, a$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_.)^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - \frac{y_i^2}{an}$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_.)^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}^2 - \frac{x_i^2}{an}$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_.)(y_{ij} - \bar{y}_.) = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}y_{ij} - \frac{(x_i)(y_i)}{an}$$

$$T_{yy} = \sum_{i=1}^a (\bar{y}_i - \bar{y}_.)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a y_i^2 - \frac{y_i^2}{an}$$

$$T_{xx} = \sum_{i=1}^a (\bar{x}_i - \bar{x}_.)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a x_i^2 - \frac{x_i^2}{an}$$

$$T_{xy} = \sum_{i=1}^a (\bar{x}_i - \bar{x}_.)(\bar{y}_i - \bar{y}_.) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a (x_i)(y_i) - \frac{(x_i)(y_i)}{an}$$

$$E_{yy} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 = S_{yy} - T_{yy}$$

$$E_{xx} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 = S_{xx} - T_{xx}$$

IV. Percentage Points of the F Distribution (continued)

$F_{0.05, \nu_1, \nu_2}$

ν_2	Degrees of Freedom for the Numerator (ν_1)																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.1
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.71
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.33
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.63
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.29
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32

IV. Percentage Points of the F Distribution (continued)

$F_{0.025, \nu_1, \nu_2}$

ν_2	Degrees of Freedom for the Numerator (ν_1)																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60
1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.7	963.3	968.6	976.7	984.9	993.1	997.2	1001	1006	1010
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43	39.45	39.46	39.46	39.47	39.48
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08	14.04	13.99
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.41	8.36
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.18	6.12
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	5.01	4.96
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.67	4.57	4.47	4.42	4.36	4.31	4.25
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.84	3.78
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.51	3.45
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.26	3.20
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.43	3.33	3.23	3.17	3.12	3.06	3.00
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.91	2.85
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.15	3.05	2.95	2.89	2.84	2.78	2.72
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.05	2.95	2.84	2.79	2.73	2.67	2.61
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.59	2.52
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.89	2.79	2.68	2.63	2.57	2.51	2.45
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.82	2.72	2.62	2.56	2.50	2.44	2.38
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.77	2.67	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.72	2.62	2.51	2.45	2.39	2.33	2.27
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.29	2.22
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.64	2.53	2.42	2.37	2.31	2.25	2.18
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.60	2.50	2.39	2.33	2.27	2.21	2.14
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.57	2.47	2.36	2.30	2.24	2.18	2.11
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.15	2.08
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.51	2.41	2.30	2.24	2.18	2.12	2.05
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.49	2.39	2.28	2.22	2.16	2.09	2.03
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.47	2.36	2.25	2.19	2.13	2.07	2.00
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.45	2.34	2.23	2.17	2.11	2.05	1.98
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.43	2.32	2.21	2.15	2.09	2.03	1.96
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	2.01	1.94
40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.29	2.18	2.07	2.01	1.94	1.88	1.80
60	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.74	1.67
120	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22	2.16	2.05	1.94	1.82	1.76	1.69	1.61	1.53
∞	5.02	3.69	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.48	1.39

IV. Percentage Points of the F Distribution

$F_{0.25, \nu_1, \nu_2}$

ν_2	ν_1	Degrees of Freedom for the Numerator (ν_1)															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40
1	1	5.83	7.50	8.20	8.58	8.82	8.98	9.10	9.19	9.26	9.32	9.41	9.49	9.58	9.63	9.67	9.71
2	1	2.57	3.00	3.15	3.23	3.28	3.31	3.34	3.35	3.37	3.38	3.39	3.41	3.43	3.43	3.44	3.45
3	1	2.02	2.28	2.36	2.39	2.41	2.42	2.43	2.44	2.44	2.44	2.45	2.46	2.46	2.46	2.47	2.47
4	1	1.81	2.00	2.05	2.06	2.07	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08
5	1	1.69	1.85	1.88	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.88	1.88	1.88	1.88
6	1	1.62	1.76	1.78	1.79	1.79	1.78	1.78	1.78	1.77	1.77	1.77	1.76	1.76	1.75	1.75	1.75
7	1	1.57	1.70	1.72	1.72	1.71	1.71	1.70	1.70	1.69	1.68	1.68	1.67	1.67	1.66	1.66	1.66
8	1	1.54	1.66	1.67	1.66	1.66	1.65	1.64	1.64	1.63	1.63	1.62	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59
9	1	1.51	1.62	1.63	1.63	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.55	1.55	1.54
10	1	1.49	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.54	1.53	1.52	1.51	1.51	1.51
11	1	1.47	1.58	1.58	1.57	1.56	1.55	1.54	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.48	1.48	1.47
12	1	1.46	1.56	1.56	1.55	1.54	1.53	1.52	1.51	1.51	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.45
13	1	1.45	1.55	1.55	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42
14	1	1.44	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41
15	1	1.43	1.52	1.52	1.51	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45	1.44	1.43	1.41	1.41	1.40	1.39
16	1	1.42	1.51	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37
17	1	1.42	1.51	1.50	1.49	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36
18	1	1.41	1.50	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35
19	1	1.41	1.49	1.49	1.47	1.46	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34
20	1	1.40	1.49	1.48	1.47	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33
21	1	1.40	1.48	1.48	1.46	1.44	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.35	1.34	1.33	1.32
22	1	1.40	1.48	1.47	1.45	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39	1.37	1.36	1.34	1.33	1.32	1.31
23	1	1.39	1.47	1.47	1.45	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.35	1.34	1.33	1.32	1.31
24	1	1.39	1.47	1.46	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.38	1.36	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30
25	1	1.39	1.47	1.46	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.34	1.33	1.32	1.31	1.29
26	1	1.38	1.46	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.37	1.35	1.34	1.32	1.31	1.30	1.29
27	1	1.38	1.46	1.45	1.43	1.42	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.28
28	1	1.38	1.46	1.45	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.34	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28
29	1	1.38	1.45	1.45	1.43	1.41	1.40	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.32	1.31	1.30	1.29	1.27
30	1	1.38	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.32	1.30	1.29	1.28	1.27
40	1	1.36	1.44	1.42	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.31	1.30	1.28	1.26	1.25	1.24
60	1	1.35	1.42	1.41	1.38	1.37	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.27	1.25	1.24	1.22	1.21
120	1	1.34	1.40	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.26	1.24	1.22	1.21	1.19	1.18
∞	1	1.32	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.29	1.28	1.27	1.25	1.24	1.22	1.19	1.18	1.16	1.14

ν = degrees of freedom
* Adapted with permission from *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. 1, 3rd edition by E. S. Pearson and H. O. Hartley, Cambridge University Press

IV. Percentage Points of the F Distribution (continued)

$F_{0.10, \nu_1, \nu_2}$

ν_2	ν_1	Degrees of Freedom for the Numerator (ν_1)															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40
1	1	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86	60.19	60.71	61.22	61.74	62.00	62.26	62.53
2	1	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47
3	1	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.20	5.18	5.18	5.17	5.16
4	1	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80
5	1	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16
6	1	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.78
7	1	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.67	2.63	2.59	2.58	2.56	2.54
8	1	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36
9	1	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.23
10	1	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.28	2.24	2.20	2.18	2.16	2.13
11	1	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05
12	1	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.99
13	1	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93
14	1	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.91	1.89
15	1	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.02	1.97	1.92	1.90	1.87	1.85
16	1	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	1.99	1.94	1.89	1.87	1.84	1.81
17	1	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.96	1.91	1.86	1.84	1.81	1.78
18	1	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75
19	1	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.91	1.86	1.81	1.79	1.76	1.73
20	1	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.71
21	1	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	1.92	1.87	1.83	1.78	1.75	1.72	1.69
22	1	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67
23	1	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.96	1.92	1.89	1.84	1.80	1.74	1.72	1.69	1.66
24	1	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64
25	1	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89	1.87	1.82	1.77	1.72	1.69	1.66	1.63
26	1	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.81	1.76	1.71	1.68	1.65	1.61
27	1	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87	1.85	1.80	1.75	1.70	1.67	1.64	1.60
28	1	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.63	1.59
29	1	2.88	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86	1.83	1.78	1.73	1.68	1.65	1.62	1.58
30	1	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.57
40	1	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51
60	1	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.66	1.60	1.54	1.51	1.48	1.44
120	1	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.60	1.55	1.48	1.45	1.41	1.37
∞	1	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.55	1.49	1.42	1.38	1.34	1.30