

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang Akademik 1999/2000

September 1999

IUK 191 - MATEMATIK I

Masa: [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **LIMA BELAS (15)** mukasurat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

BAHAGIAN A. (60%)

Jawab **SEMUA** soalan dengan mengisi dalam Borang OMR. Kertas soalan Bahagian A mesti dikembalikan bersama dengan Borang OMR.

BAHAGIAN B. (40%)

Jawab **EMPAT (4)** dari **TUJUH (7)** soalan yang diberi.

Bahagian A

1. Cari Limit $\frac{(x-2)(x-1)}{x^2-1} =$
 $x \rightarrow +\infty$
- (A) 1 (B) 0 (C) -2 (D) -1
2. Cari Limit $\frac{-1}{x-2} =$
 $x \rightarrow 2^+$
- (A) 0 (B) $\frac{-1}{0}$ (C) $+\infty$ (D) $-\infty$
3. Cari songsangan bagi fungsi $f(x) = x^3$
- (A) $f^{-1}(x) = x^{1/3}$ (B) $f^{-1}(x) = -x^{1/3}$
- (D) $f^{-1}(x) = \frac{1}{x^{1/3}}$ (C) $f^{-1}(x) = x^{2/3}$
4. Tentukan kalaan bagi fungsi $f(x) = 3 \cos 2x$
- (A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) π (C) 2π (D) $\frac{3}{2}\pi$

5. Jika $f(x) = \frac{2x^2}{6x^2 - 3}$, maka turunan pertama bagi $f(x)$ ialah

(A) $\frac{12x}{(6x^2 - 3)^2}$

(B) $\frac{48x^3 - 12x}{(6x^2 - 3)^2}$

(C) $-12x$

(D) $\frac{-12x}{(6x^2 - 3)^2}$

6. Jika $f(x) = \sqrt[3]{2 - 3x}$, maka turunan pertama bagi $f(x)$ ialah

(A) $\frac{1}{3(2 - 3x)^{2/3}}$

(B) $-\frac{1}{3}(2 - 3x)^{-2/3}$

(C) $\frac{-1}{(2 - 3x)^{2/3}}$

(D) $-2(2 - 3x)^{2/3}$

7. Jika $f(x) = (1 - x^2)(x + 1)^4$, maka turunan pertama bagi $f(x)$ ialah

(A) $-8x(x + 1)^3$

(B) $4(1 - x^2)(x + 1)^3 + 2x(x + 1)^4$

(C) $4(1 - x^2)(x + 1)^3$

(D) $4(1 - x^2)(x + 1)^3 - 2x(x + 1)^4$

8. Jika $f(t) = \sin(2t) + \tan(t)$, maka turunan pertama bagi $f(t)$ ialah

(A) $2 \cos(2t) + \sec^2(t)$

(B) $\cos(2t) + \sec^2(t)$

(C) $2 \sin(t) \cos(t) + \sec^2(t)$

(D) $-2 \cos(2t) + \sec^2(t)$

9. Cari terbitan pertama bagi y jika diberi $y = \sin^2(3x)$
- (A) $2 \sin(3x)$ (B) $6 \sin(3x) \cos(3x)$
 (c) $2 \cos(3x)$ (D) $-6 \sin(3x) \cos(3x)$
10. Kadar perubahan luas, $A \text{ m}^2$ suatu bulatan terhadap jejari, $r \text{ m}$, boleh dinyatakan sebagai
- (A) $A = \pi r^2$ (B) $A = kr$ ($k = \text{pemalar}$)
 (C) $\frac{dA}{dr} = \pi r^2$ (D) $\frac{dA}{dr} = 2\pi r$
11. Kadar perubahan bagi luas, $A \text{ m}^2$ sebuah segiempat sama terhadap panjang sisinya, $s \text{ m}$, boleh dinyatakan sebagai
- (A) $A = s^2$ (B) $\frac{dA}{ds} = s^2$
 (C) $\frac{dA}{ds} = 2s$ (D) $A = ks$ ($k = \text{pemalar}$)
12. Jika $\tan(\phi) = x$, maka $\cos(\phi)$ bersamaan dengan
- (A) $\frac{1}{x+1}$ (B) $\sqrt{x^2+1}$
 (C) $\frac{x}{x+1}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

13. Cari nilai yang tepat bagi $\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)$
- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
14. Jika $\log(x) + \log(x+3) = 1$, maka nilai x bersamaan dengan
- (A) $-5, 2$ (B) -5 (C) 2 (D) $5, -2$
15. Selesaikan bagi y di mana $\log(y+1) = x^2$ ialah
- (A) $y = \frac{x^2}{10} - 1$ (B) $y = 10^{x^2}$
- (C) $y = 10^{x^2} - 1$ (D) $y = 10^{x^2-1}$
16. Kamirkan kamiran tentu berikut $\int_1^4 \sqrt{x} dx$
- (A) $\frac{16}{3}$ (B) $\frac{-14}{3}$ (C) $\frac{-1}{4}$ (D) $\frac{14}{3}$
17. Kamirkan kamiran berikut $\int \frac{x^3 - 1}{x^2} dx =$
- (A) $3\left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{x^2}\right) + C$ (B) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} + C$
- (C) $\frac{1}{6}x^6 - \frac{1}{3}x^3 + C$ (D) $\frac{x^3 + 2}{x^3} + C$

18. Kamirkan kamiran berikut $\int x(x^2 - 1)^5 dx =$

(A) $\frac{1}{6}(x^2 - 1)^6 + C$ (B) $\frac{1}{3}(x^2 - 1)^6 + C$

(C) $\frac{1}{12}(x^2 - 1)^6 + C$ (D) $\frac{1}{8}(x^2 - 1)^4 + C$

19. Kamirkan kamiran berikut $\int (1 - \cos 2\theta) d\theta =$

(A) $\theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta + C$ (B) $\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta + C$

(C) $\theta - 2 \sin 2\theta + C$ (D) $-\frac{1}{2} \sin 2\theta + C$

20. Jika $U = \frac{x}{2} + 1$, maka $\int_0^2 \left(\frac{x}{2} + 1\right)^2 dx = 2 \int_0^1 U^2 du$

(A) Benar (B) Palsu

(C) Tiada selesaian (D) Tidak cukup maklumat

21. Kamirkan kamiran berikut $\int \frac{\sec^2 \theta d\theta}{\sqrt{3 + \tan \theta}} =$

(A) $\frac{2}{3}(3 + \tan \theta)^{3/2} + C$ (B) $2(3 + \tan \theta)^{1/2} + C$

(C) $\frac{3}{2}(3 + \tan \theta)^{-3/2} + C$ (D) $\frac{1}{(3 \tan \theta)^{1/2}} + C$

22. Jika $f(x) = \begin{cases} -x & \text{jika } x \geq 0 \\ x^2 & \text{jika } x < 0 \end{cases}$ maka kamiran bagi $\int_{-1}^2 f(x) dx =$

- (A) $-\frac{3}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{19}{6}$ (D) $-\frac{5}{3}$

23. Selesaikan pembezaan berikut $\frac{d}{dx} \int_0^x \sqrt{1+t^2} dt =$

- (A) $t(1+t^2)^{-1/2}$ (B) $\sqrt{1+t^2}$
 (C) Tiada selesaian (D) $\sqrt{1+x^2}$

24. Selesaikan kamiran berikut $\int \left[2x^2 + x + 3 - \frac{1}{x^2} \right] dx =$

- (A) $4x + 1 + \frac{2}{x^3} + C$ (B) $\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} + C$
 (C) $\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{x} + C$ (D) $\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{1}{x} + C$

25. Selesaikan persamaan $A(x-1) + B(x+1) = x$ dan dapatkan nilai A dan B.

- (A) $A = -1/2, B = 1/2$ (B) $A = 1/2, B = -1/2$
 (C) $A = 1/2, B = 1/2$ (D) $A = -1/2, B = -1/2$

26. Jika diberi $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

maka cari $A + B =$

- (A) $\begin{bmatrix} 3 & 5 & 3 \\ -1 & 3 & 9 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -3 & 5 & 3 \\ -1 & 3 & 9 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 9 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 3 & 9 & 3 \end{bmatrix}$

27. Jika $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ maka, cari $A + A + A =$

- (A) $6A$ (B) $3A$ (C) $9A$ (D) $-3A$

28. Berdasarkan soal (27) dapatkan penyelesaian untuk $-5A$

(A) $\begin{bmatrix} -15 & 10 \\ -10 & -5 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 10 & -15 \\ -10 & 5 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -10 & -15 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 5 & -10 \\ 10 & -15 \end{bmatrix}$

29. Selesaikan matriks $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ & & \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

(A) -7

(B) 6

(C) 7

(D) 8

30. Jika $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

maka cari $A - B =$

(A) $\begin{bmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -3 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

31. Diberi $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$,

Cari $D = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \\ t & u \end{bmatrix}$ di mana $A + B - D = 0$

(A) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 0 \\ 9 & 9 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -1 \\ 9 & 9 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 4 & -1 \\ 9 & 9 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 9 & 9 \\ 4 & -1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

32. Cari nilai penentu bagi matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

(A) 11

(B) 10

(C) -11

(D) -10

33. Selesaikan untuk x , di mana matriks $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & x & 2 \end{bmatrix} = -5$

(A) $x = 3$

(B) $x = 2$

(C) $x = -3$

(D) $x = 9$

34. Jika $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, Cari transposisi, B^T bagi matriks B.

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

35. Jika $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ Cari transposisi, C^T bagi matriks C

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 5 & 8 \\ 1 & 4 & 7 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 5 & 5 & 3 \\ 9 & 7 & 6 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

36. Cari songsangan bagi matriks $D = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

(A) $\begin{bmatrix} -1/2 & -2 \\ 3/2 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 3/2 & -2 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -2 & 3/2 \\ 1 & -1/2 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & -1/2 \\ -2 & 3/2 \end{bmatrix}$

37. Cari sonsangan A^{-1} , bagi matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

(A) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1/2 & 3/2 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1/2 & 3/2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & -1/2 \\ -2 & 3/2 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{bmatrix}$

38. Cari nombor-nombor genting bagi fungsi $f(x) = x^3 - \frac{3x^2}{2}$

(A) $x = 0, 1$

(B) $x = 0, -1$

(C) $x = 1, -1$

(D) $x = 1, 1$

39. Jika $f(x) = x^3 - 12x$, cari nilai ekstremum mutlak dalam selang $[-3, 5]$

(A) Maks = 56, Min = -16

(B) Maks = 65, Min = -16

(C) Maks = 66, Min = -16

(D) Maks = 65, Min = -6

40. Fungsi $f(x) = (x - 3)^2$ adalah fungsi satu ke satu.

(A) Benar

(B) Salah

Bahagian B

1. Selesaikan persamaan perbezaan Bernoulli yang diberikan dengan menggunakan kaedah transformasi yang sesuai.

$$\frac{dy}{dx} + y = xy^3$$

(25 markah)

2. Dapatkan penyelesaian masalah syarat awal bagi persamaan pembeza yang diberikan di bawah,

$$\frac{dy}{dx} - 2xy = 1$$

dimana $y(0) = 1$

(25 markah)

3. Buktikan bahawa persamaan yang diberikan di bawah adalah persamaan pembeza jenis tepat.

$$(3x + 4xy)dx + (2x + 2y)dy = 0$$

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$$

Selesaikan persamaan di atas kiranya diberi syarat sempadan

$$y(0) = 2$$

(25 markah)

4. Satu tangki berukuran 200 liter isipadu mengandungi 15 gram garam terlarut pada tahap permulaan. Bermula pada masa $t=0$, larutan garam mengandungi 4 gram setiap liter dialirkan masuk kedalam tangki pada kadar 3.5 liter per minit. Larutan di dalam tangki dicampur supaya sentiasa homogen dan dikeluarkan pada kadar 4 liter per minit.

- a) Berapakah jumlah garam yang tertinggal didalam tangki selepas satu jam proses percampuran berlalu?
- b) Berapakah jumlah garam yang tertinggal didalam tangki apabila isipadu larutan garam didalam tangki ialah 50 liter.

(25 markah)

5. Dapatkan persamaan penyelesaian am bagi persamaan pembeza yang diberikan dibawah ,

$$\frac{d^2y}{dx} - 6\frac{dy}{dx} + 25y = 0$$

(25 markah)

6. Apakah persamaan penyelesaian am bagi persamaan pembeza jenis tak homogen dibawah.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = 2e^x - 10\sin x$$

dapatkan penyelesaian bagi,

$$y = y_c + y_p$$

(25 markah)

7. Dari persamaan gerak yang terhasil bagi satu sistem spring-jisim jika pemalar spring k boleh diformulasikan dimana berat jisim m sebanyak 10 gram akan meregangkan spring sebanyak 2 sentimeter. Seterusnya jika spring diregangkan pada tambahan 2 cm dan kemudian dilepaskan, persamaan gerak akibat yang berikutan boleh dihasilkan. Jika diberi bahawa,

$$\text{Masa lazim, } = 2\pi \left(\frac{m}{k} \right)^{1/2}$$

Persamaan pembeza adalah berbentuk,

$$m \frac{d^2u}{dt^2} + ku = 0$$

$$u(0) = 0$$

dan syarat awal, $\frac{du}{dt}(0) = 0$

Dapatkan persamaan gerak bagi sistem spring dan jisim?

(25 markah)

oooOOOooo