

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1997/98

April 1998

IUK 191 - Matematik I

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam LIMA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

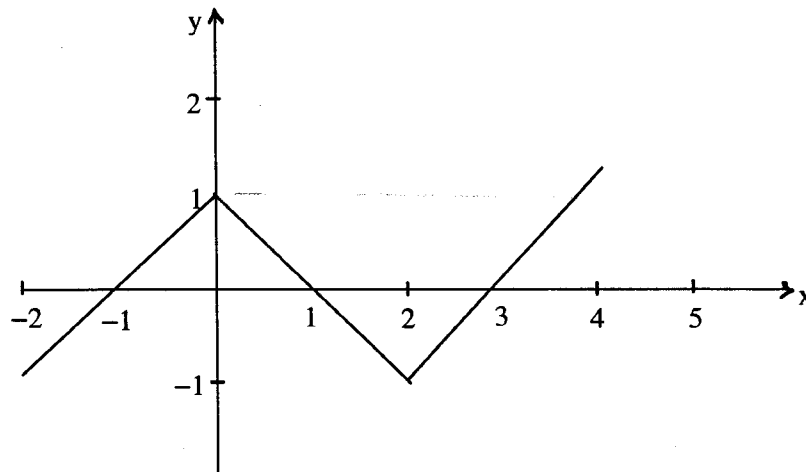
1. (a) Diberikan graf $f(x)$ seperti di dalam rajah bawah, lakarkan graf

(i) $h(x) = 4f(x)$

(ii) $g(x) = f\left(\frac{1}{2}x\right)$

(iii) $\ell(x) = f(x - 2)$

Juga nyatakan domain setiap fungsi tersebut.

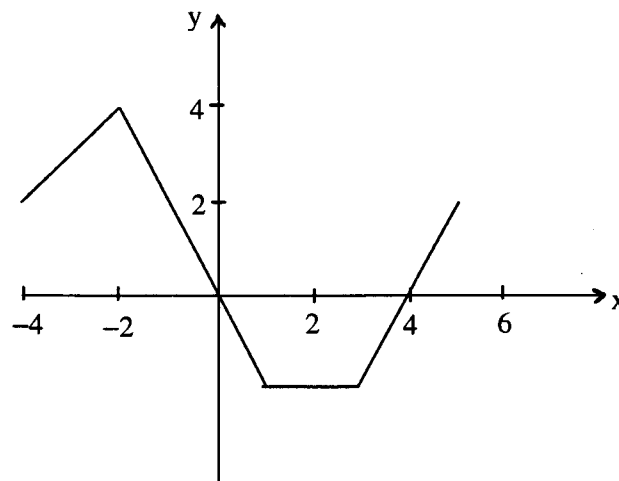


...2/-

(b) Katakan $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - x}, & x \neq 1 \\ 1 + \frac{c}{x}, & x = 1. \end{cases}$ c pemalar

Cari nilai $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$ dan nilai c supaya $g(x)$ selanjut pada $x = 1$.

(c) Berikut ialah graf suatu fungsi $f(x)$, lakarkan graf $f'(x)$.



(d) Jadual berikut menunjukkan nilai fungsi $f(x)$, $g(x)$, $f'(x)$ dan $g'(x)$ pada $x = -1, 0, 1, 2, 3$.

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	3	3	1	0	1
$g(x)$	1	2	2.5	3	4
$f'(x)$	-3	-2	-1.5	-1	1
$g'(x)$	2	3	2	2.5	3

(i) Cari $\frac{d}{dx} (f(x)g(x))$ pada $x = 2$.

(ii) Cari $\frac{d}{dx} (g(f(x)))$ pada $x = 1$.

- (e) "Reaksi", $R(x)$ seorang pesakit terhadap sejenis ubat dengan sukatan x diberikan oleh rumus $R(x) = Ax^2(B - x)$, A dan B merupakan pemalar positif. Kepekaan (sensitivity) pesakit terhadap ubat bersukatan x ditakrifkan oleh $R'(x)$.

- (i) Cari domain $R(x)$? Apakah maksud fizikal A dan B ?
 (ii) Cari nilai x bila $R(x)$ maksimum.
 (iii) Bilakah kepekaan pesakit terhadap ubat ini maksimum?

(25 markah)

2. (a) Jika sebutan ke- n , a_n dari suatu jujukan diberikan, tentukan samaada jujukan tersebut menumpu atau mencapah

(i)
$$a_n = \frac{1 - 2^n}{2^n}$$

(ii)
$$a_n = \frac{(n + 1)!}{n!}$$

- (b) Tuliskan siri berikut dalam tatatanda hasiltambah (Σ), kemudian cari hasiltambahnya.

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81} - \dots$$

- (c) Tentukan samaada siri berikut menumpu atau mencapah dengan menggunakan ujian yang sesuai.

(i)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\sqrt{2}}}{2^n}$$

(ii)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$$

...4/-

(d) Dengan menggunakan

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots, \quad |x| < \infty,$$

ungkapkan $\int \sin x^2 dx$ sebagai suatu siri kuasa.

(25 markah)

3. (a) Jika A suatu matriks 3×3 dengan $|A| = 3$, cari

(i) $|A^{-1}|$

(ii) $|2A|$

(iii) $|AA^T|$

(b) Jika $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -7 \\ -1 & -3 & 3 \\ -3 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$,

tunjukkan $AB = 4I$, I matriks identiti. Seterusnya selesaikan sistem persamaan

$$A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

(c) (i) Diberikan $\int_{-1}^0 f(x)dx = 3$, $\int_0^1 f(x)dx = -1$ dan $\int_{-1}^1 g(x)dx = 7$,

cari nilai $\int_{-1}^1 [3g(x) + 2f(x)]dx$.

(d) Nilai

(i) $\int \frac{1}{\sqrt{y} e^{\sqrt{y}}} dy$

...5/-

(ii)
$$\int \frac{2(x-1)}{x^3} dx$$

(iii)
$$\int r^2 \cdot e^{-r^3} dr$$

- (e) Cari luas rantau yang dibendung oleh lengkung
- $y = 2x^3$
- dan
- $y = -x^2 + 4x + 3$
- .

(25 markah)

4. (a) Selesaikan persamaan pembezaan berikut menggunakan kaedah yang sesuai.

(i) $y' = x + \frac{1}{x}, y(1) = 2$

(ii) $y' = xy + 2x, y(0) = 1$

(iii) $(x^2 + y^2)dx + xy dy = 0$

(iv) $y''' + y' + 10y = 0$

- (b) Jika polinomial cirian untuk suatu persamaan pembezaan boleh difaktorkan seperti berikut

$$(r-3)(r+2)^2(r^2-2r+5)(r^2+4r+5)^2,$$

cari penyelesaian am untuk persamaan pembezaan ini.

(25 markah)