
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2005/2006

April/Mei 2006

**EMH 331/4 – Kaedah Unsur Terhingga
Dalam Kejuruteraan Mekanik**

Masa : 2 jam

ARAHAN KEPADA CALON :

Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **LIMA (5)** mukasurat bercetak, **DUA (2)** helaian lampiran dan **EMPAT (4)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan.

Jawab **TIGA (3)** soalan sahaja.

Calon boleh menjawab semua soalan dalam **Bahasa Malaysia** ATAU **Bahasa Inggeris**.

Jawapan bagi setiap soalan hendaklah dimulakan pada mukasurat yang baru.

Lampiran:

1. Formula

[2 mukasurat]

- S1. [a] Senaraikan dan terangkan dengan ringkas langkah-langkah umum dalam kaedah unsur terhingga.

List and briefly describe the general steps of the finite element method.

(20 markah)

- [b] Persamaan untuk konduksi haba satu dimensi (tanpa perolakan) ialah

$$k_x A \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \text{ di mana } k_x \text{ ialah konduktiviti haba. Terbitkan matriks}$$

kekakuan, k dengan menggunakan kaedah Galerkin. Guna elemen bar satu dimensi dengan matriks fungsi bentuk $[N]$ diberi oleh

$$N = [N_1 \quad N_2] = \left[1 - \frac{x}{L} \quad \frac{x}{L} \right] \text{ di mana } L \text{ ialah panjang elemen bar}$$

tersebut.

The governing equation for one dimensional heat conduction (without convection) is given by $k_x A \frac{d^2 T}{dx^2} = 0$ where k_x is thermal conductivity of a

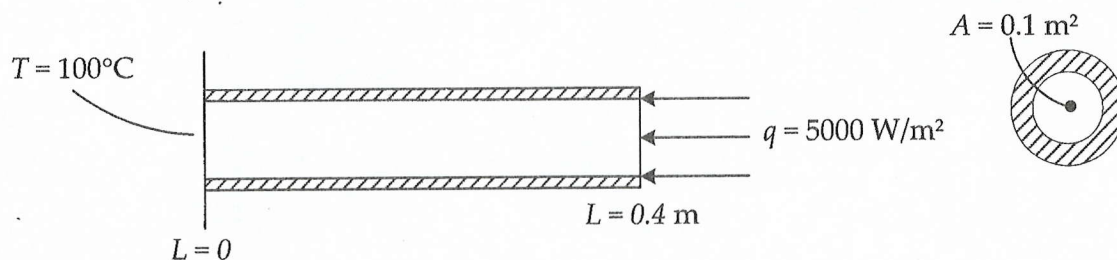
material. Derive the stiffness matrix, k by using Galerkin's method. Use one dimensional bar element with the shape function matrix $[N]$ is given by

$$N = [N_1 \quad N_2] = \left[1 - \frac{x}{L} \quad \frac{x}{L} \right] \text{ where } L \text{ is the length of the bar element.}$$

(30 markah)

- [c] Satu sirip seperti yang ditunjukkan dalam Rajah S1[c] ditebat pada ukur lilitnya. Hujung kiri fin tersebut dikenakan suhu tetap 100°C . Aliran haba positif $q = 5000 \text{ W/m}^2$ bertindak pada hujung kanan. Ambil konduktiviti haba, $k_x = 6 \text{ W/(m} \cdot ^\circ\text{C)}$ dan luas keratan rentas $A = 0.1 \text{ m}^2$. Tentukan suhu pada $L/4$, $L/2$, $3L/4$ and L , di mana $L = 0.4 \text{ m}$.

The fin shown in Figure Q1[c] is insulated on the perimeter. The left end has a constant temperature of 100°C . A positive heat flux of $q = 5000 \text{ W/m}^2$ acts on the right end. Let thermal conductivity $k_x = 6 \text{ W/(m} \cdot ^\circ\text{C)}$ and cross-sectional area $A = 0.1 \text{ m}^2$. Determine the temperatures at $L/4$, $L/2$, $3L/4$ and L , where $L = 0.4 \text{ m}$.



Rajah S1[c]
Figure Q1[c]

(50 markah)

- S2. [a] Terbitkan fungsi bentuk untuk elemen linear pegas satu dimensi dalam koordinat setempat, \tilde{x}

Derive the shape functions for one dimensional linear spring element in terms of local coordinate, \tilde{x}

(20 markah)

- [b] Persamaan momen rasuk yang disokong mudah diberikan oleh persamaan $EI \frac{d^2 y}{dx^2} - M_o = 0$ di mana M_o ialah pemalar. Tentukan ungkapan untuk anjakan y dengan menggunakan kaedah Galerkin serasi dengan syarat sempadan $x = 0, y = 0$ dan $x = L, y = 0$.

The moment equation of a simply supported beam is given by $EI \frac{d^2 y}{dx^2} - M_o = 0$ where M_o is a constant. Determine an expression for the deflection y using Galerkin's method consistent with boundary conditions $x = 0, y = 0$ and $x = L, y = 0$.

(40 markah)

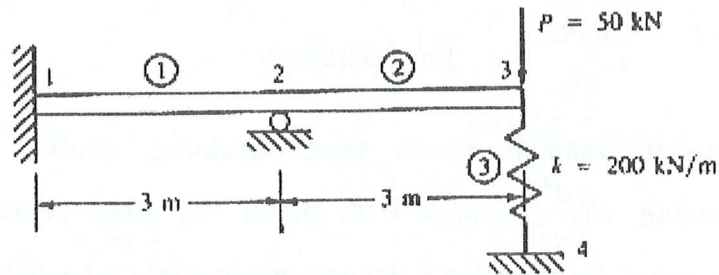
- [c] Rajah S2[c] menunjukkan satu rasuk dengan satu pegas. Rasuk disokong tetap pada nod 1, mempunyai penyokong geguli pada nod 2 dan mempunyai penyokong pegas elastik dengan kekakuan pegas $k = 200$ kN/m. Satu daya ke bawah $P = 50$ kN dikenakan pada nod 3. Ambil $E = 210$ GPa dan $I = 2 \times 10^{-4}$ m⁴ di sepanjang rasuk. Matriks kekakuan, k untuk elemen rasuk diberikan di bawah.

Tentukan matrik kekakuan untuk elemen 1, 2 dan 3, dan kemudian tuliskan matrik kekakuan global $F = Kd$ untuk seluruh sistem. Nyatakan dengan jelas syarat sempadan. (Anda tidak perlu menyelesaikan persamaan $F = Kd$)

Figure Q2[c] shows a beam with a spring. The beam is fixed at node 1, has a roller support at node 2, and has an elastic spring support with spring constant $k = 200$ kN/m. A downward vertical force of $P = 50$ kN is applied at node 3. Let $E = 210$ GPa and $I = 2 \times 10^{-4}$ m⁴ throughout the beam. The stiffness matrix, k for beam element is given by:

$$k = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & -12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

Find the stiffness matrix for elements 1, 2 and 3, and then assemble the global stiffness matrix, $F=Kd$. State clearly the boundary conditions. (You do not need to solve the equation $F=Kd$)

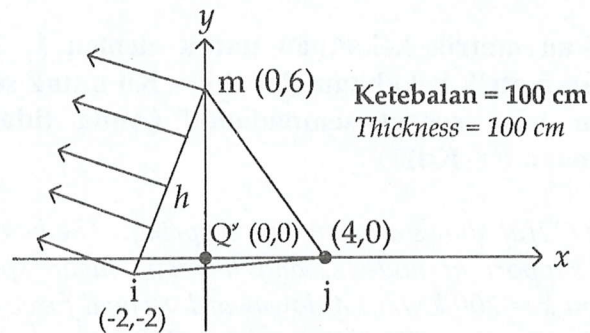


Rajah S2[c]
Figure Q2[c]

(40 markah)

- S3. Butiran elemen segitiga ditunjukkan dalam Rajah S3. Tentukan matriks kekakuan, daya haba dalam elemen. Diberi pekali konduktiviti, $K_{yy} = 15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, pekali olakan, $h = 20 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$ (berlaku sepanjang permukaan $i - m$), suhu alur bebas, $T_\infty = 15^\circ\text{C}$, dan sumber garis, $Q^* = 100 \text{ W/m}$.

The detail for a triangular element is given in Figure Q3. The triangular element receive the line source, Q at $(0,0)$ and having the convection coefficient across $i - m$. Calculate the stiffness matrix, thermal force in the element. Given the conductivities are $K_{yy} = K_{zz} = 15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, the convection coefficient, $h = 20 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$, the free-steam temperature, $T_\infty = 15^\circ\text{C}$, and the line source $Q^* = 100 \text{ W/m}$.

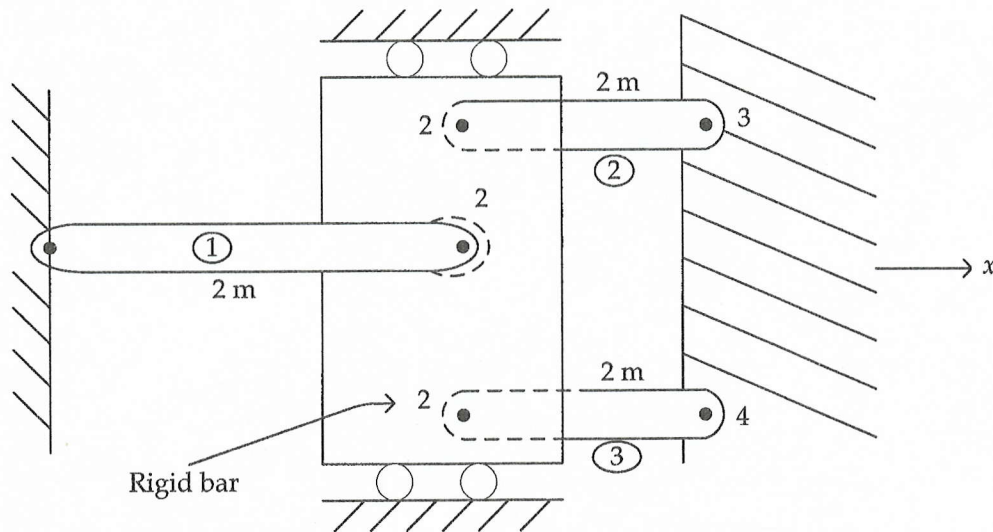


Rajah S3
Figure Q3

(100 markah)

- S4. Pemasangan bar bagi analisis tegasan haba ditunjukkan pada Rajah S4 di bawah. Bar 1 mengalami penurunan suhu 10°C . Diberi maklumat-maklumat mengenai modulus Young (E), konduktiviti haba (α), keluasan rentas bahagian (A), dan panjang (L) bagi ketiga-tiga bar (1, 2 dan bar 3).

The bar assembly fix at both ends in Figure Q4. Bar 1 is subjected to a temperature drop of 10°C . Given : Bar 1 be the aluminium with Young's Modulus $E = 70 \text{ GPa}$, thermal conductivity, $\alpha = 23 \times 10^{-6} \text{ (mm/mm)/}^\circ\text{C}$, cross-sectional area, $A = 12 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, and length $L = 2 \text{ m}$. Bar 2 and 3 are made of brass with Young's Modulus $E = 100 \text{ GPa}$, thermal conductivity, $\alpha = 20 \times 10^{-6} \text{ (mm/mm)/}^\circ\text{C}$, cross-sectional area, $A = 6 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, and length $L = 2 \text{ m}$.



Rajah S4 : Gabungan bagi analisis tegasan haba
Figure 4 : Bar assemblage for thermal stress analysis

Bar 1 : Aluminum

$$E = 70 \text{ GPa}, \alpha = 23 \times 10^{-6} \text{ (mm/mm)/}^\circ\text{C}$$

$$A = 12 \times 10^{-4} \text{ m}^2, \quad L = 2 \text{ m}$$

Bar 2 and bar 3 : Loyang

$$E = 100 \text{ GPa}, \alpha = 20 \times 10^{-6} \text{ (mm/mm)/}^\circ\text{C}$$

$$A = 6 \times 10^{-4} \text{ m}^2, \quad L = 2 \text{ m}$$

- (i) Tentukan daya tindakbalas bagi kedua-dua hujung yang diikat dan tegasan paksi bagi setiap bar.

Determine the reactions at the fixed ends and the axial stress in each bar.

- (ii) Lukiskan rajah jasad bebas bagi pemasangan bar yang menunjukkan tegasan pada setiap bar.

Show a free-body diagram of the bar assembly showing stresses in each bar.

(100 markah)